Document disponible à http://www.univ-montp3.fr/miap/ens/AES/XA100M/index.html.

Université Paul Valéry
Arts - Lettres - Langues
Sciences humaines & sociales

XA100M – mathématiques
Année 2003–2004

Fiche d'exercices 1 : suites arithmétiques et géométriques

— EXERCICES —

I) Pour chacune des suites suivantes, dire si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre puis calculer les trois premiers termes. Lorsque la suite est arithmétique ou géométrique, calculer la somme des vingt-cinq premiers termes.

1) $u_n = -\sqrt{5}(n-2)$, $n \in \mathbb{N}$;
2) $v_n = 1 + 4\sqrt{2}(n + \sqrt{3})$, $n \geq 1$;
3) $w_n = 7 \times (-\sqrt{7})^{5-2n}$, $n \geq -2$;
4) $x_n = 4 \times 5^{n-2}$, $n \geq 7$;
5) $y_{n+1} = y_n + 3$, $y_0 = 2$;
6) $z_{n+1} = 20 z_n$, $z_1 = 1$;
7) $2t_n = t_{n-1} + 1$, $t_0 = 2$.

II) Une personne doit choisir entre deux contrats d'embauche, commençant le 1er juin 2004.
Contrat 1 : le salaire mensuel est 1220 € pendant la première année et augmente de 61 € le premier juin de chaque année.
Contrat 2 : le salaire mensuel est 1220 € pendant la première année et augmente de 5% le premier juin de chaque année.

1) Donner le formule donnant le salaire mensuel (en €) au cours de l'année numéro n, soit $M_1(n)$ pour le contrat 1 et $M_2(n)$ pour le contrat 2. On note que $M_1(1) = M_2(1) = 1220$.

2) Que vaudra le salaire mensuel pour chacun des contrats le 1er septembre 2012 ?

III) Une légende raconte que l'inventeur du jeu d'échecs demanda comme récompense un grain de blé pour la première case de l'échiquier, deux pour la deuxième, quatre pour la troisième et ainsi de suite en doublant à chaque fois jusqu'à la soixante-quatrième case.

1) Combien aurait-on dû mettre de grains de blé sur la soixante-quatrième case ?

2) Cent grains de blé pèsent environ 5 grammes. Quelle masse de blé l'inventeur du jeu d'échecs a-t'il reçu ?

3) D'après l'Organisation pour l'agriculture et l'alimentation (FAO), en 1998, la production de blé a été d'environ 615 millions de tonnes[1]. La légende est-elle plausible ?

[1] Source : http://www.fao.org/docrep/004/w9687f03.htm

IV) On prévoit que le prix annuel d'une denrée augmentera de 8% chaque année. On désigne par u_0 le prix (en €) pour l'année 2004 et u_n le prix pour l'année $2004+n$.

1) Exprimer u_n en fonction de u_0 et n.

2) En 2004, le prix de cette denrée est 48 €. Calculer le prix en 2009.

3) En quelle année le prix de la denrée dépasse-t'il 100 € pour la première fois ?

V) Monsieur D place 1500 € sur un compte rapportant un intérêt de 10% par an. Ces intérêts sont remis à Monsieur D chaque année, lequel laisse la somme initiale placée. Combien Monsieur D aura-t'il reçu en 20 ans ?

VI) Madame E place 1500 € sur un compte rapportant un intérêt de 10% par an. Ces intérêts sont placés sur le compte en plus de la somme initialement placée. Combien Madame E aura-t'elle reçu en 20 ans ?

VII) D'après l'Organisation des Nations Unies[2] (ONU), la population mondiale était de 3 milliards d'habitants en 1960 et 6 milliards en 1999.

Déterminer la valeur de la population mondiale en 2010 et l'année où celle–ci atteindra 10 milliards d'habitants dans chacune des hypothèses suivantes :

1. l'accroissement annuel de la population mondiale a été constant entre 1960 et 1999. Il gardera la même constance à l'avenir ;
2. le taux d'accroissement annuel de la population mondiale a été constant entre 1960 et 1999. Il gardera la même constance à l'avenir.

Note : nous verrons dans le semestre des formules permettant de traîter rapidement les exercices V et VI. Cependant, vous devez savoir résoudre ces exercices dès maintenant en utilisant seulement le cours sur les suites.

[2] Source : http://www.un.org/News/Press/docs/1998/19981027.pop684.html