

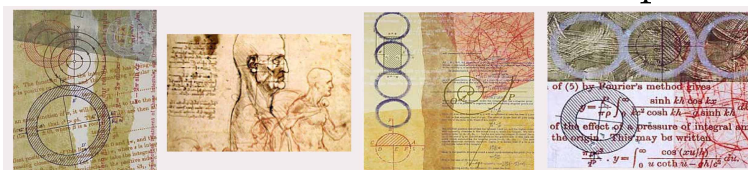
Journées du GDR



## Tresses et Topologie en basse dimension

Du 4 au 6 septembre, 2006

Laboratoire de Mathématiques



**Université Blaise Pascal**

CNRS (UMR 6620)





Nous remercions l'Université Blaise Pascal, le Conseil Régional d'Auvergne, le Conseil Général du Puy-de-Dôme, Clermont Communauté et la Ville de Clermont-Ferrand qui, par leur soutien financier, nous ont permis d'organiser ces journées.



Ville de Clermont-Ferrand

# Résumés des minicours

---

## Homologie de Khovanov

CHRISTIAN BLANCHET

La construction de Khovanov associe à un diagramme d'entrelacs un complexe de (co)chaîne bi-gradué. L'homologie de ce complexe est un invariant de l'entrelacs: l'homologie de Khovanov. Sa caractéristique d'Euler graduée est égale au polynôme de Jones; on dit que c'est une catégorification du polynôme de Jones.

Nous donnerons une construction du complexe de Khovanov et des équivalences d'homotopie correspondant aux mouvements de Reidemeister. Nous présenterons la variante qui permet d'étudier le genre des noeuds dans la boule (genre slice) et donnerons une preuve (d'après Rasmussen) de la conjecture de Milnor sur le genre des noeuds toriques. Nous aborderons les constructions associées à d'autres invariants quantiques: théorie  $sl(3)$  de Khovanov et théorie  $sl(N)$  de Khovanov-Rozansky.

Minicours en ligne

---

## Les groupes limites

VINCENT GUIARDEL

Les groupes limites ont été étudiés par Sela et Kharlampovich-Miasnikov pour comprendre la théorie élémentaire des groupes libres. Lorsqu'on munit l'ensemble des groupes marqués (ie des groupes munis d'un système générateur particulier) d'une topologie appropriée, les groupes limites apparaissent comme points de l'adhérence de l'ensemble des marquages du groupe libre.

Le but de ce mini-cours sera de donner un aperçu des propriétés des groupes limites, et de leur utilisation pour comprendre les solutions d'un système d'équations dans le groupe libre, notamment grâce au diagramme de Makanin-Razborov. L'approche utilisée sera celle de Sela, en utilisant notamment les actions sur les arbres réels et la théorie du scindement JSJ.

Article en ligne

# Abstracts of the mini-courses

---

## **Khovanov homology**

CHRISTIAN BLANCHET

Khovanov's construction associates to a link diagram a bigraded (co)chain complex. The homology of this complex is a link invariant: the Khovanov homology. Its graded Euler characteristic is equal to the Jones polynomial; this is called a categorification of the Jones polynomial.

We will present a construction of Khovanov's complex and of the homotopy equivalences corresponding to Reidemeister moves. We will introduce the version which allows us to study the slice genus of knots, and Rasmussen's prove of Milnor's conjecture on the slice genus of torus knots will be given. Finally, we will examine constructions for other quantum invariants:  $sl(3)$  Khovanov theory and Khovanov-Rozansky  $sl(N)$  theory. We will finish with a new construction of a categorification of  $sl(N)$  quantum invariant based on trivalent TQFT.

Mini-course online

---

## **Limit groups**

VINCENT GUIARDEL

The limit groups have been studied by Sela and Kharlampovich-Miasnikov to understand the elementary theory of free groups. When the set of marked groups (ie groups together with a distinguished generating set) is endowed with an appropriate topology, the limit groups occur as points in the closure of the set of markings of the free group.

We will give an overview of the properties of limit groups, and show how they can be used to understand the set of solutions of a system of equations in the free group, in particular using the Makanin-Razborov diagram. We will use Sela's approach, using in particular actions on R-trees, and JSJ splittings.

Preprint online

---

---

# Résumés des exposés

## Abstracts of the talks

---

### **Représentations du groupe des tresses dans des groupes finis, une approche expérimentale**

ABDELOUAHAB AROUCHE

Nous donnons un algorithme permettant le calcul de toutes les représentations du groupe des tresses dans un groupe fini non commutatif. Des résultats expérimentaux sont obtenus dans le cas du groupe symétrique et celui du groupe spécial linéaire à coefficients dans un corps fini. Une extension de la méthode au groupe de Thompson est envisagée.

Exposé en ligne

---

### **Chirurgie sur les noeuds et invariants de degré 2 sur les sphères d'homologie**

EMMANUEL AUCLAIR

On s'intéresse aux invariants entiers sur les sphères d'homologie de degré 2 pour la filtration de Goussarov-Habiro (les invariants de degré 1 étant engendrés par l'invariant de Casson). On veut en produire une formule de chirurgie, c'est-à-dire exprimer la variation de ces invariants après chirurgie sur un noeud en fonction d'invariants des surfaces bordées par ce noeud. Le but de cet exposé sera de présenter une formule de chirurgie pour un invariant additif par somme connexe de degré 2 en fonction de son système de poids.

Thèse en ligne, chapitres 5 et 6 correspondent à l'exposé.

---

## Arithmetic knots in integral homology 3-spheres

MARK BAKER

It is well known that the only arithmetic knot in  $S^3$  is the figure eight,  $K$ . One obtains examples of integral homology spheres which contain an arithmetic knot by performing  $1/n$  surgery on  $S^3$  along  $K$ . Conjecturally, these are the only such examples. We use the geometry of the Bianchi orbifolds  $H^3/PSL(2, O_m)$  to provide evidence for our conjecture. Specifically, if  $\Gamma \subset PSL(2, O_m)$  is finite index, torsion free with abelianization  $= Z$ , then  $m \in \{1, 3, 19\}$ . (If the conjecture is true then  $m = 3$  and  $\Gamma$  is the figure eight knot group).

---

## Autour de l'équation de Yang-Baxter dynamique

DAMIEN CALAQUE

Cet expose est une introduction a la théorie des groupes quantiques dynamiques. On explicitera des liens avec des domaines varies des mathématiques : les algèbres de Hopf, les systèmes intégrables, la théorie des catégories, la théorie des représentations.

Exposé en ligne

## Cohomology of Artin braid groups of type $\tilde{A}_n$ , $B_n$ and applications

FILIPPO CALLEGARO

We consider two natural embeddings between Artin groups: the group  $G_{\tilde{A}_{n-1}}$  of type  $\tilde{A}_{n-1}$  embeds into the group  $G_{B_n}$  of type  $B_n$ ;  $G_{B_n}$  in turns embeds into the group  $G_{A_n}$  of type  $A_n$ . The cohomologies of these groups are related, by standard results, in a precise way. By using techniques developed in previous papers, we explicitly compute the cohomology of  $G_{B_n}$  with coefficients over the module  $\mathbb{Q}[q^{\pm 1}, t^{\pm 1}]$ , where the action is  $q$ -multiplication for the standard generators associated to the first  $n-1$  nodes of the Dynkin diagram, while is  $t$ -multiplication for the generator associated to the last node.

As a corollary we obtain the rational cohomology for  $G_{\tilde{A}_n}$  as well as the cohomology of  $G_{A_n}$  with coefficients in the  $(n+1)$ -dimensional representation obtained by Tong-Yang-Ma.

We point out that the above cohomology of  $G_{B_n}$  gives (as a module over the monodromy operator) the rational cohomology of the fibre (analog to a Milnor fibre) of the natural fibration of  $K(G_{B_n}, 1)$  onto the 2-torus.

---

## Morphismes "admissibles" entre monoïdes d'Artin-Tits

ANATOLE CASTELLA

B. Mühlherr a défini, en 1993, la notion de partition admissible d'un graphe de Coxeter, qui donne lieu à des morphismes injectifs entre groupes de Coxeter et généralise la situation du sous-groupe des points fixes d'un groupe de Coxeter sous l'action d'un groupe d'automorphismes du graphe.

On montre que, de la même façon, les partitions admissibles des graphes de Coxeter donnent lieu à des morphismes injectifs — que l'on appelle morphismes "admissibles" — entre monoïdes d'Artin-Tits (de même pour les groupes dans le cas sphérique). Ces morphismes admissibles généralisent et unifient différentes constructions déjà connues : les morphismes issus de symétries des graphes de Coxeter (étudiés par J. Michel en 1999, et J. Crisp en 2000), les LCM-homomorphismes (définis par J. Crisp en 1999, et généralisés par E. Godelle en 2002), et les morphismes issus d'un "éclatement" d'un graphe de Coxeter (définis par J. Crisp en 1999, et généralisés par L. Paris en 2002).

Exposé en ligne

## **Combinatoric of normal sequences of braids**

PATRICK DEHORNOY

Many natural counting problems arise in connection with the normal form of braids—and seem to have not been much considered so far. Here we solve some of them by analysing the normality condition in terms of the associated permutations, their descents and the corresponding partitions. A number of different induction schemes appear in that framework.

Exposé en ligne

---

## **New knot polynomials via a tetrahedron equation**

THOMAS FIEDLER

We plugg in the state models of Kauffman for the Jones and the Alexander polynomials into our one parameter knot theory. The result are new knot polynomials which are isotopy invariants for knots in 3-space but which are not quantum knot invariants as all other known knot polynomials.

---

## **Automorphismes de groupes libres, tresses, et morphismes épisturmiens.**

EDDY GODELLE

Dans un article récent, C. Kassel et C. Reutenauer se sont intéressés au lien entre les morphismes sturmiens et le groupe des tresses à 4 brins, via les automorphismes de groupes libres. Dans cet exposé je généralise leur travail, en montrant comment on peut voir les groupes des tresses à  $n$  brins et les morphismes sturmiens comme automorphismes de groupes libres. J'en déduis de nouveaux résultats pour les groupes de tresses et m'attache à montrer les nombreuses questions que soulève cette nouvelle représentation des tresses.

---



## **An infinite genus mapping class group and stable cohomology**

CHRISTOPHE KAPOUDJIAN

(Joint work with L. Funar) One constructs a universal mapping class group  $M$  of infinite genus, which contains all mapping class groups of surfaces of genus  $g$  with  $n$  boundary components where  $n > g$ . We prove that  $M$  is finitely generated and its rational homology is isomorphic to the stable homology of the mapping class groups. The group  $M$  is represented into the restricted symplectic group of the Hilbert space  $H$  generated by the homology classes of non-separating circles on the surface of infinite genus. Moreover the first universal Chern class in  $H^2(M, \mathbb{Z})$  is the pull-back of the Pressley-Segal class on the restricted linear group  $GL_{res}(H)$ .

---

## **Zarisky density of spherical Artin-Tits groups**

IVAN MARIN

I will show that irreducible Artin groups of spherical type can be considered as Zariski-dense subgroups of general linear groups, and present two of the main applications of this fact. First of all it gives, as a simple corollary, an alternative proof of L. Paris' result about (almost) direct indecomposability of these groups, and generalizes this fact to many of their subgroups. Another interesting application is that a well-known faithfulness criterium due to D. Long for the braid groups and the mapping class groups, proved by means of the Nielsen-Thurston classification, is also valid for purely algebraic reasons in the realm of spherical Artin-Tits groups.

Article en ligne

---

## **Borromean surgery formula for the Casson invariant**

JEAN-BAPTISTE MEILHAN

Every oriented integral homology 3-sphere is obtained from  $S^3$  by some Borromean surgery moves. We give an explicit formula for the Casson invariant of an integral homology sphere given by such a surgery presentation. The formula involves simple classical invariants, namely the framing, linking number and Milnor's triple linking number.

Exposé en ligne

## Casson-Walker invariant and the signature of 4-manifolds

TETSUHIRO MORIYAMA

In this talk, we provide a positive answer to the following problem.

**PROBLEM:** For a given oriented rational homology 3-sphere  $M$ , can the Casson-Walker invariant of  $M$  be characterized by the signature of a certain 4-manifold  $X$  bounded by the disjoint sum of some copies of  $M$  and  $-M$  ?

Kuperberg and Thurston gave a purely topological definition of the perturbative quantum invariants of links and 3-manifolds, which was originally defined by Kontsevich using configuration space integrals. The idea for our construction of  $X$  is inspired by that of the degree one part  $Z_1(M)$  of their invariant. As a consequence, we gain a new direct proof of the vanishing of the Rohlin invariant of an amphicheiral integral

---

## Integrality of Homfly $(1, 1)$ -tangle invariants

HUGH MORTON

Decoration of a framed knot by an element of the Homfly skein of the annulus and taking the Homfly polynomial gives a 2-variable invariant of the original knot. When this is divided by the corresponding invariant for the unknot the resulting  $(1, 1)$ -tangle invariant is in general a rational function of 2 variables. I shall show that when the decorating element is any eigenvector of the meridian map then the resulting  $(1, 1)$ -tangle invariant is a 2-variable integer Laurent polynomial.

Talk online

Preprint online, More preprints

## Limites des groupes de Baumslag-Solitar

YVES STALDER

L'ensemble des (classes d'équivalence de) groupes marqués peut être muni d'une topologie, dite de Cayley. L'exposé présentera une étude de points limites de la famille des groupes de Baumslag-Solitar pour cette topologie. Ces groupes sont donnés par les présentations

$$BS(m, n) = \langle a, b \mid ab^m a^{-1} = b^n \rangle$$

où  $m$  et  $n$  sont des entiers non nuls.

On commence par identifier des suites convergentes (et des suites non convergentes) de groupes de Baumslag-Solitar, puis on donne des propriétés des limites obtenues (elles possèdent en particulier la propriété de Haagerup) grâce à un théorème de structure. On obtient également des présentations des limites, ainsi que des informations sur la topologie de l'adhérence des groupes de Baumslag-Solitar. Les résultats présentés ont été en grande partie obtenus en collaboration avec Luc Guyot.

Prépublication en ligne, Article publié en ligne

Autre prépublication

---

## Connected components of the compactification of representation spaces of surface groups

MAXIME WOLFF

We refine a compactification of  $\text{Hom}(\pi_1 \Sigma_g, \text{PSL}(2, \mathbf{R})) / \text{PSL}(2, \mathbf{R})$  by defining a convergence in the sense of Gromov which takes into account the orientation of the spaces. The ideal points are *fat*  $\mathbf{R}$ -trees. We prove that the Euler class extends to a continuous function on the compactification. In particular, this proves that the compactification by Morgan and Shalen of the character variety of representations in  $SL(2, \mathbf{R})$  has  $g$  connected components. We also get explicit minimal actions on  $\mathbf{R}$ -trees which are not the limit of actions of  $\pi_1 \Sigma_g$  on  $\mathbf{H}^2$ .