

5 La méthode des éléments finis Une EDP en dimension 2

Pour la solution on va utiliser le logiciel FreeFem++.

Soit Γ_1 et Γ_2 deux conducteurs dans une enceinte Ω . Chacun est à un potentiel électrostatique : φ_1 et respectivement φ_2 . On suppose que l'enceinte Ω est au potentiel 0. Pour connaître le potentiel $\varphi(x, y)$ en tout point du domaine Ω il faut résoudre l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\begin{cases} \Delta\varphi(x, y) = 0, & (x, y) \in \Omega \\ \varphi(x, y) = \varphi_1 = 1, & (x, y) \in \Gamma_1 \\ \varphi(x, y) = \varphi_2 = -1, & (x, y) \in \Gamma_2 \\ \varphi(x, y) = 0, & (x, y) \in \Gamma_0. \end{cases} \quad (\star)$$

On considère Ω le domaine de frontière extérieure Γ_0 d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x(t) = \sin^3(t) \\ y(t) = \frac{1}{16}(13 \cos(t) - 5 \cos(2t) - 2 \cos(3t) - \cos(4t)), \end{cases} \quad (t \in [0, 2\pi]).$$

Les deux conducteurs sont vus comme de trous rectangulaires de frontières Γ_1 et Γ_2 respectivement. Plus précisément, Γ_1 est le rectangle de sommet bas gauche $(-0.3, -0.3)$ et de sommet haut droit $(-0.2, 0.3)$, et Γ_2 est le symétrique de Γ_1 par rapport à l'axe Oy .

1. Définir les frontières Γ_i sous **FreeFem++** ($i \in \{0, 1, 2\}$). À l'aide de la commande **plot** afficher les frontières Γ_i (l'argument de la commande **plot** est le même que pour la commande **buildmesh**).
2. Construire un maillage de Ω .
3. Résoudre le problème (\star) sur ce maillage.
4. Afficher la solution du problème. Commenter le résultat. Comparer à la solution obtenue en remplaçant la condition Dirichlet sur Γ_0 par une condition Neumann homogène.

Une solution du problème (\star) avec des conditions de type Neumann doit rassembler à celle affichée dans la figure suivante :

