

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES
PREMIER CYCLE INTERNATIONAL ASINSA



ASINSA MATHEMATICS LEVEL TEST 2009 / TEST DE NIVEAU EN MATHÉMATIQUES 2009

Duration : 2 hours / Durée : 2 heures

The following exercises are independent and can be solved in any order. Calculators are not allowed. Answers to exercises 1 to 4 must be written in the boxes next to the questions. Solutions to exercises 5 to 7 must be written in French or in English.

Les exercices sont indépendants et peuvent être résolus dans un ordre quelconque. Les calculatrices sont interdites. Les réponses aux exercices 1 à 4 doivent être données en face des questions. Les solutions aux exercices 5 à 7 doivent être rédigées en français ou en anglais.

Family Name / Nom	First Name/ Prénom	School / Ecole	City / Ville

EXERCISE 1

Represent the following complex numbers in algebraic form $a + ib$ and in trigonometric form $re^{i\theta}$ / Mettez les nombres complexes suivants sous la forme algébrique $a + ib$ puis sous la forme trigonométrique $re^{i\theta}$:

	Algebraic form / Sous la forme $a + ib$	Trigonometric form / Sous la forme $re^{i\theta}$
1 . $(1 + i)^2$		
2 . $e^i + e^{3i}$		
3 . $\frac{1 + i}{1 + i\sqrt{3}}$		

EXERCISE 2

Find the following limits / Calculer les limites suivantes :

	Answer/Réponse		Answer/Réponse
1 . $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \cos(x)$		2 . $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{2x^7 - 4x^3}{x^3 - x^2 + x - 1}$	
3 . $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + 1/x}{x^2 + 2}$		4 . $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} - 3x}{2x - 4}$	
5 . $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^4 (\ln x)^3$		6 . $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^3 (\ln x)^4$	

EXERCISE 3

Calculate the derivative with respect to x (give a simplified expression) / Calculer les dérivées en x (donner le résultat sous forme simplifiée) :

	Answer/Réponse		Answer/Réponse
1 . $\frac{(x - 1)^2}{2x + 3}$		2 . $\sin(\cos(\sin(x)))$	
3 . $\tan(x^2)$		4 . $738 - 9$	
5 . $x x $		6 . $\exp(\exp(x))$	

EXERCISE 4

Compute the following definite integrals / Calculer les intégrales suivantes :

	Answer/Réponse		Answer/Réponse
1. $\int_0^1 \frac{x}{x^4 + 1} dx$		2. $\int_1^2 \ln(x) dx$	
3. $\int_0^{\pi/2} (\cos(x))^9 \sin(x) dx$		4. $\int_{-4}^4 \frac{x e^{x^2}}{(1 + x^2) \cos(x)} dx$	

EXERCISE 5

Consider the sequence $\{v_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ defined by :/ On considère la suite $\{v_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$v_0 = 1, \quad v_{n+1} = v_n + 2(n + 1) \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

1. Evaluate v_1, v_2, v_3 and v_4 ./ Calculer v_1, v_2, v_3 et v_4 .
2. Prove that :/ Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = n^2 + n + 1$.

Consider the sequence $\{w_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ defined by :/ On considère la suite $\{w_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par :

$$w_1 = 1, \quad w_{n+1} = \sqrt{v_n + w_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

3. Obtain by induction the value of w_n for any $n \in \mathbb{N}^*$./ Déterminer par récurrence la valeur de w_n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

EXERCISE 6

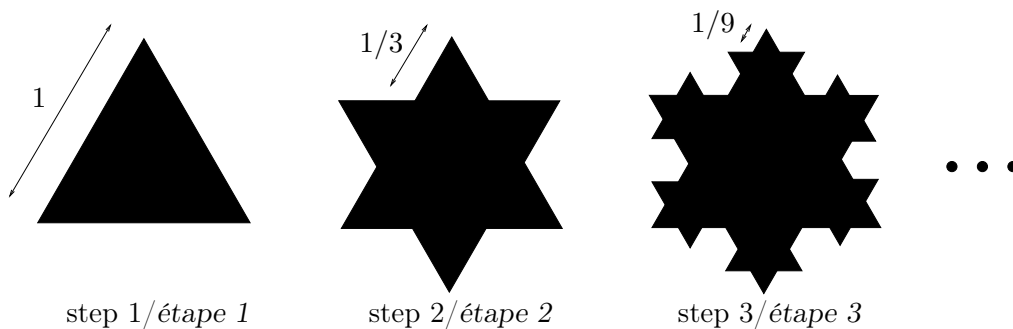
Do the complete study of the function f defined on $\mathbb{R} \setminus \{1\}$./ Etudier la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$f(x) = \frac{2 + x^2}{1 - x}.$$

Draw for instance the variation table and give the representative curve./ On donnera en particulier le tableau de variation et on tracera la courbe.

EXERCISE 7

We build a geometrical figure step by step according to the figures below :/ On construit une figure géométrique étape par étape selon les figures ci-dessous :



We denote by N_k, P_k and A_k respectively the number of sides, the perimeter and the area of the figure obtained at the step k ./ On note N_k, P_k et A_k respectivement le nombre de côté, le périmètre et l'aire de la figure obtenue à l'étape k .

For instance/ Par exemple $N_1 = 3, P_1 = 3, A_1 = \sqrt{3}/4$.

1. Evaluate the numbers/ Calculer les nombres N_2, P_2, A_2 .
2. Evaluate for $k \in \mathbb{N}^*$ the numbers/ Calculer pour $k \in \mathbb{N}^*$ les nombres N_k, P_k, A_k .
3. Have these three quantities N_k, P_k and A_k finite limits when k goes to $+\infty$?/ Ces trois quantités N_k, P_k et A_k ont-elles des limites finies lorsque k tend vers $+\infty$?