

The following exercises are independant and can be solved in any order. Calculators are not allowed. Answers to exercices 1 to 3 must be written in the boxes next to the questions. Solutions to exercices 4 to 7 must be written in French or in English.

Les exercices sont indépendants et peuvent être résolus dans un ordre quelconque. Les calculatrices sont interdites. Les réponses aux exercices 1 à 3 doivent être données en face des questions. Les solutions aux exercices 4 à 7 doivent être rédigées en français ou en anglais.

Family Name / Nom	First Name/ Prénom	School / Ecole	City / Ville

EXERCISE 1

Find the following limits / *Calculer les limites suivantes :*

	Answer/Réponse		Answer/Réponse
1 . $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - x^2 + 3}{2 - x^2}$		2 . $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^2 - 3} + x$	
3 . $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x) + 1}{x + 1}$		4 . $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{3 + x} - 2}$	
5 . $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) \log x^2 - 4 $		6 . $\lim_{\substack{x \rightarrow \pi/2 \\ x < \pi/2}} (x - \frac{\pi}{2}) \tan(x)$	

EXERCISE 2

Differentiate with respect to x (give a simplified expression)/ *Calculer les dérivées en x (donner le résultat sous forme simplifiée) :*

	Answer/Réponse		Answer/Réponse
1 . $x^{500} - 500x$		2 . $\sqrt{1 + \sqrt{x}}$	
3 . $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$		4 . $\sin(\log(1 + x^2))$	
5 . $e^{x \cos(x)}$		6 . 2^x	

EXERCISE 3

Compute the following definite integrals / *Calculer les intégrales suivantes :*

	Answer/Réponse		Answer/Réponse
1 . $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \cos(x) + \frac{1}{x^3} dx$		2 . $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x} dx$	
3 . $\int_0^1 e^{-2x} \cos(3x) dx$		4 . $\int_0^{\log(2)} \frac{1}{1+e^x} dx$	
5 . $\int_0^{1/2} \frac{1-x^2+2x}{(1-x)(1+x^2)} dx$		6 . $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left(\frac{\cos(2x)}{\cos(x)} \right)^3 dx$	

EXERCISE 4

Let P be the polynom defined by $P(z) = 1 + 2z + 2z^2 + 2z^3 + 2z^4 + z^5$. / *Soit P le polynôme défini par $P(z) = 1 + 2z + 2z^2 + 2z^3 + 2z^4 + z^5$.*

1 . Evaluate $P(-1)$. / *Calculer $P(-1)$.*

2 . Solve for $z \in \mathbb{C}$ the equation $P(z) = 0$. / *Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.*

EXERCISE 5

Find out, in a rigorous mathematical way, which is the largest real : e^π or π^e . / *Déterminer, rigoureusement, quel est le plus grand des réels e^π ou π^e .*

EXERCISE 6

1 . Let $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ be the sequence defined by $u_n = \sin(n)$. Determine a relationship between u_{n-1} , u_n and u_{n+1} . / *Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_n = \sin(n)$. Déterminer une relation entre u_{n-1} , u_n et u_{n+1} .*

2 . Show that the sequence $(\sin(n))_{n \in \mathbb{N}}$ diverges. / *Montrer que la suite $(\sin(n))_{n \in \mathbb{N}}$ diverge.*

EXERCISE 7

Let h and L be two reals such that $0 < h < L$. / *Soient h et L deux réels tels que $0 < h < L$.*

1 . How would you choose the length $\ell \in [0, L]$ so that to the sum of the lengths of segments drawn on the Figure 1 is minimal? / *Comment choisir la longueur $\ell \in [0, L]$ pour minimiser la somme des longueurs des segments dessinés sur la Figure 1 ?*

2 . What are the restriction h and L must obey to so that the sum of the lengths of segments drawn on the Figure 1 be shorter than the one of the segments drawn on the Figure 2? / *A quelle condition sur les réels h et L la somme des longueurs des segments dessinés sur la Figure 1 peut-elle plus courte que celle des segments dessinés sur la Figure 2 ?*

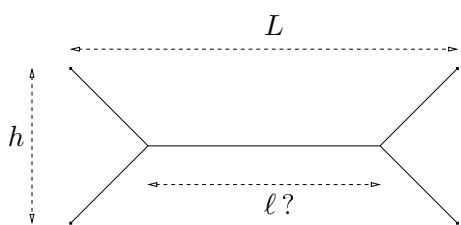


Figure 1

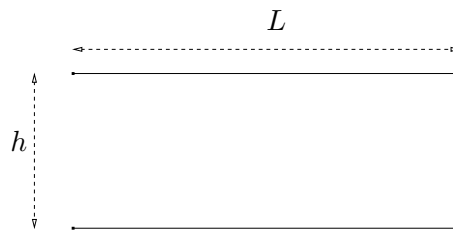


Figure 2