

Mise en oeuvre de schémas de haute précision dans une méthode de maillages recouvrants cartésiens/curvilignes

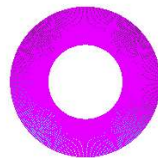
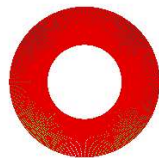
C. Benoit, S.Péron, P. Raud, O. Saunier

Plan

- Méthode de génération et d'adaptation de maillages cartésiens
- Schéma d'ordre 3
- Adaptation du schéma pour cette topologie de maillage
- Extension d'ordre 5
- Quelques résultats

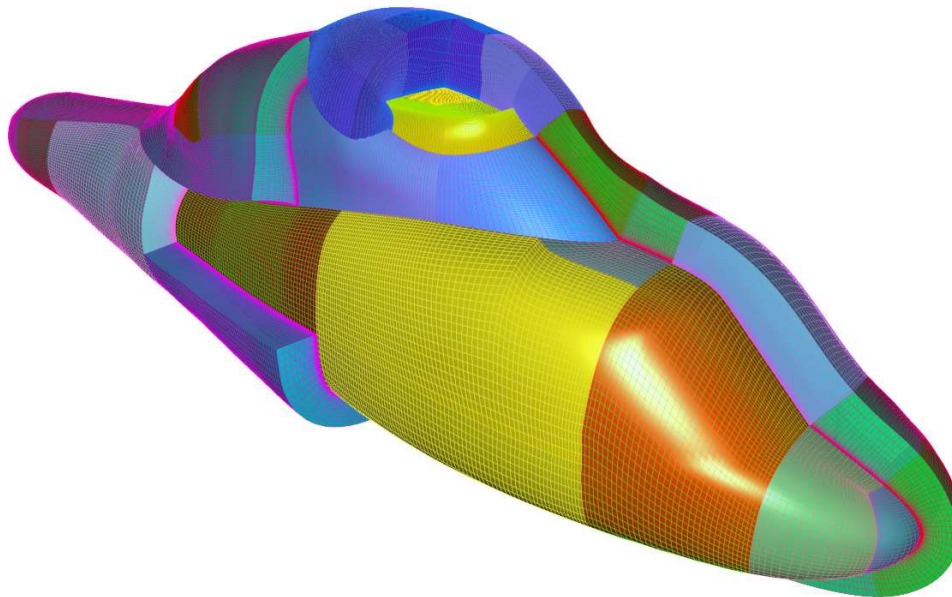
Méthode de maillages cartésiens

- Entrée : maillages autour des corps
 - Décrivent précisément la géométrie
 - Faible extension



Méthode de maillages cartésiens

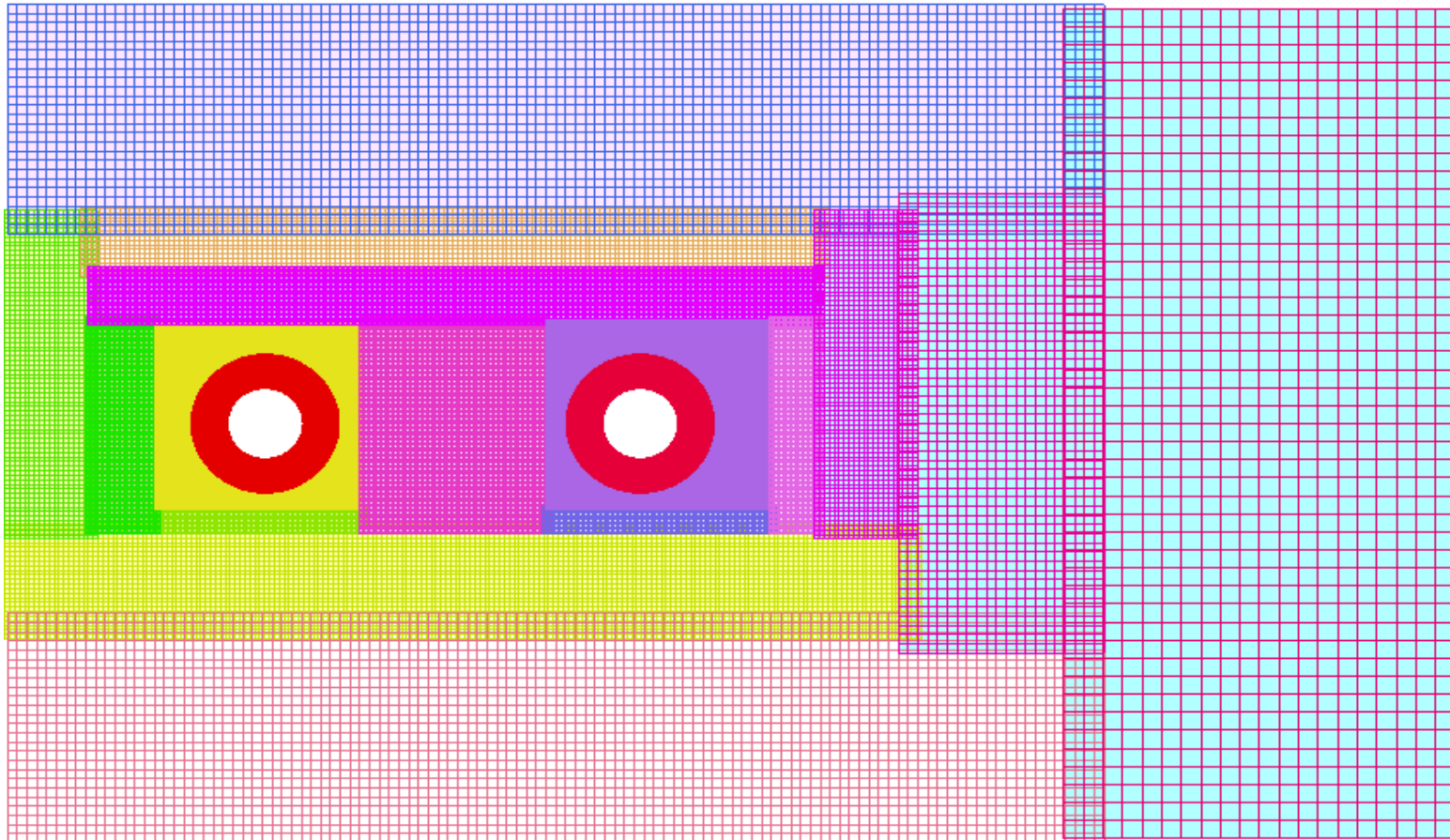
- Entrée : maillages autour des corps
 - Décrivent précisément la géométrie
 - Faible extension



Engendré
généralement par
extrusion de la surface

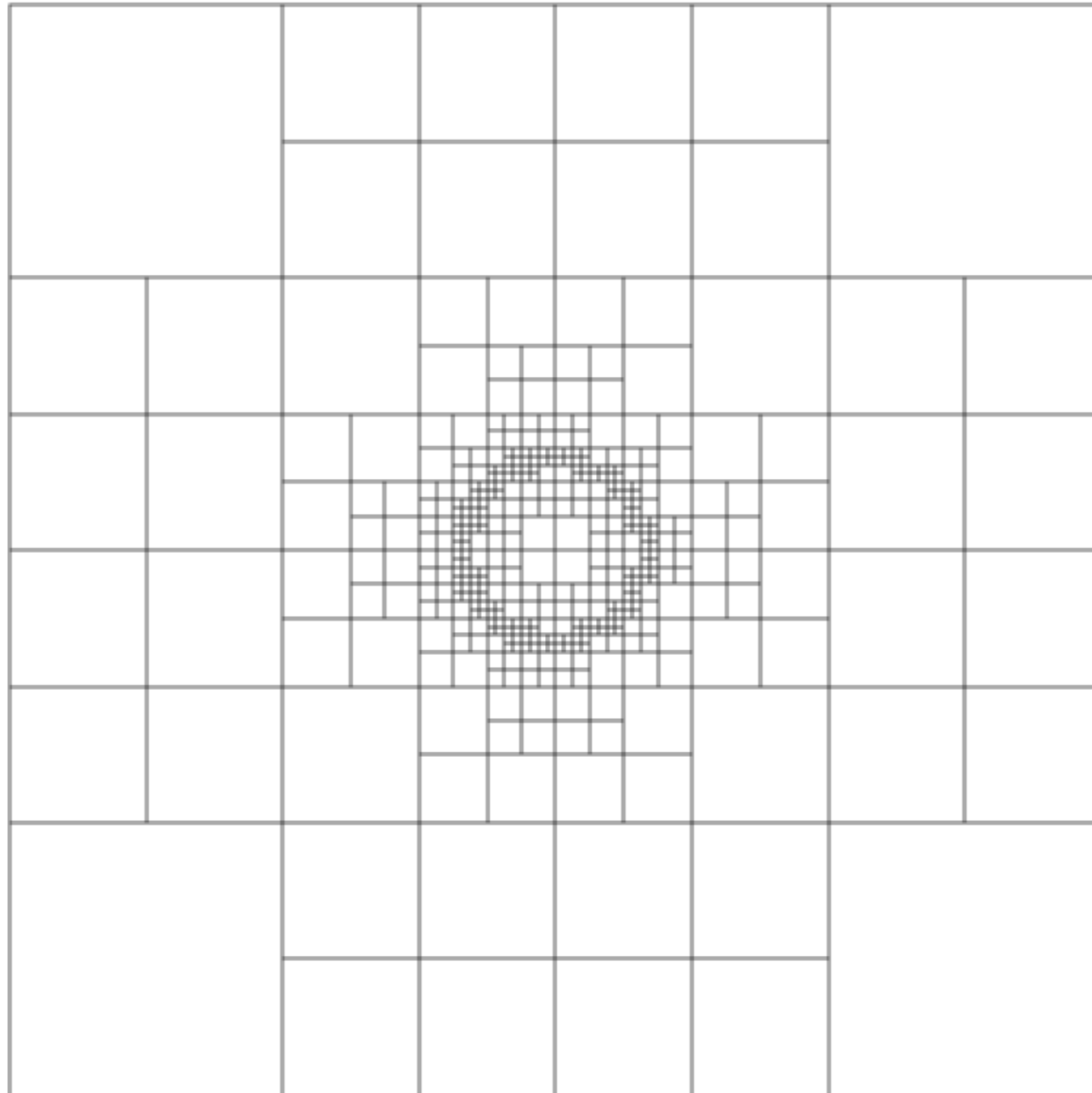
Méthode de maillages cartésiens

- Génération du maillage cartésien
 - Grilles cartésiennes régulières
 - Pas plus fin si proche des corps
 - Nombre de points minimum par grille contrôlé



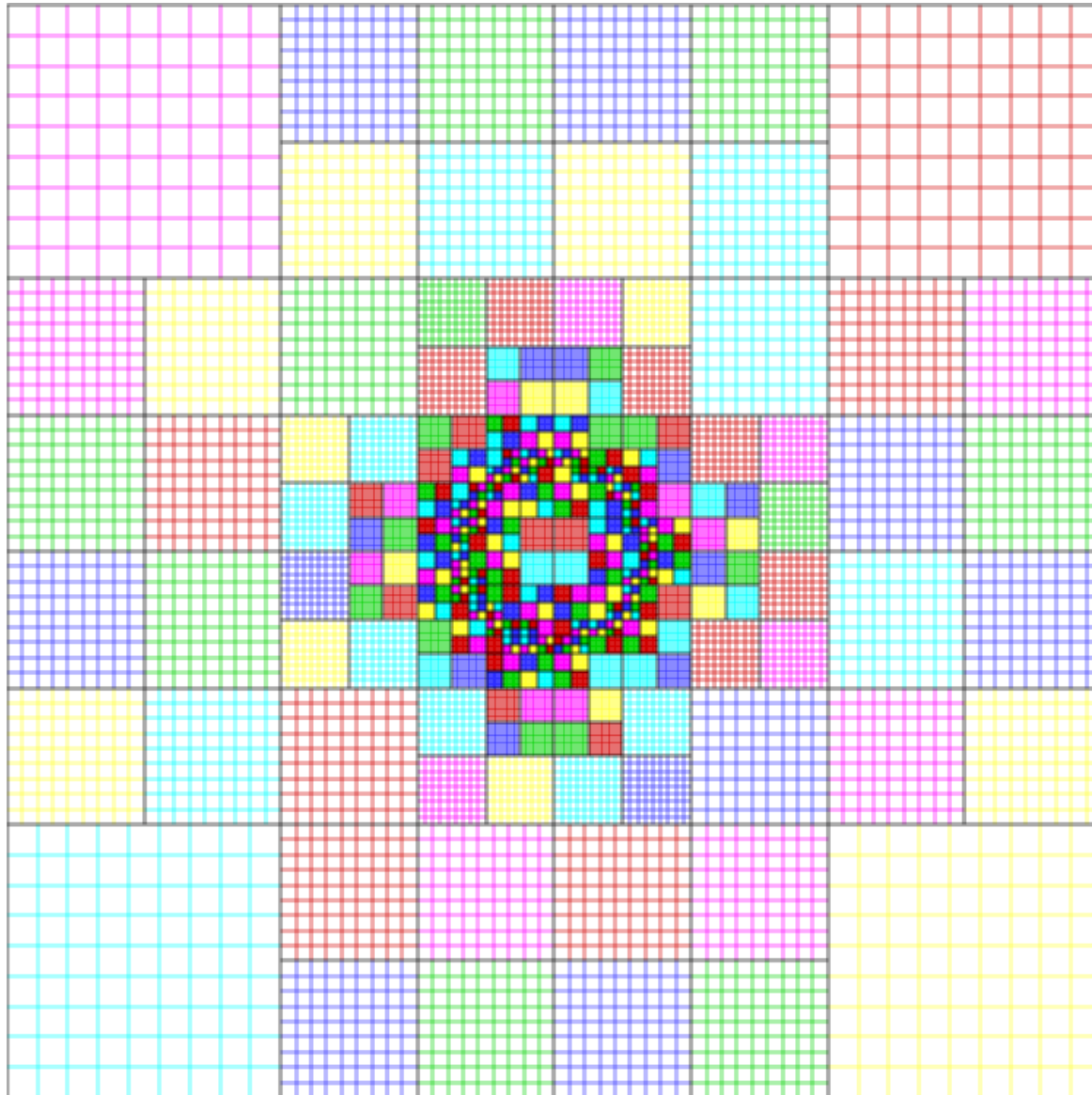
Génération du maillage Cartésien

Octree raffiné
Près des corps



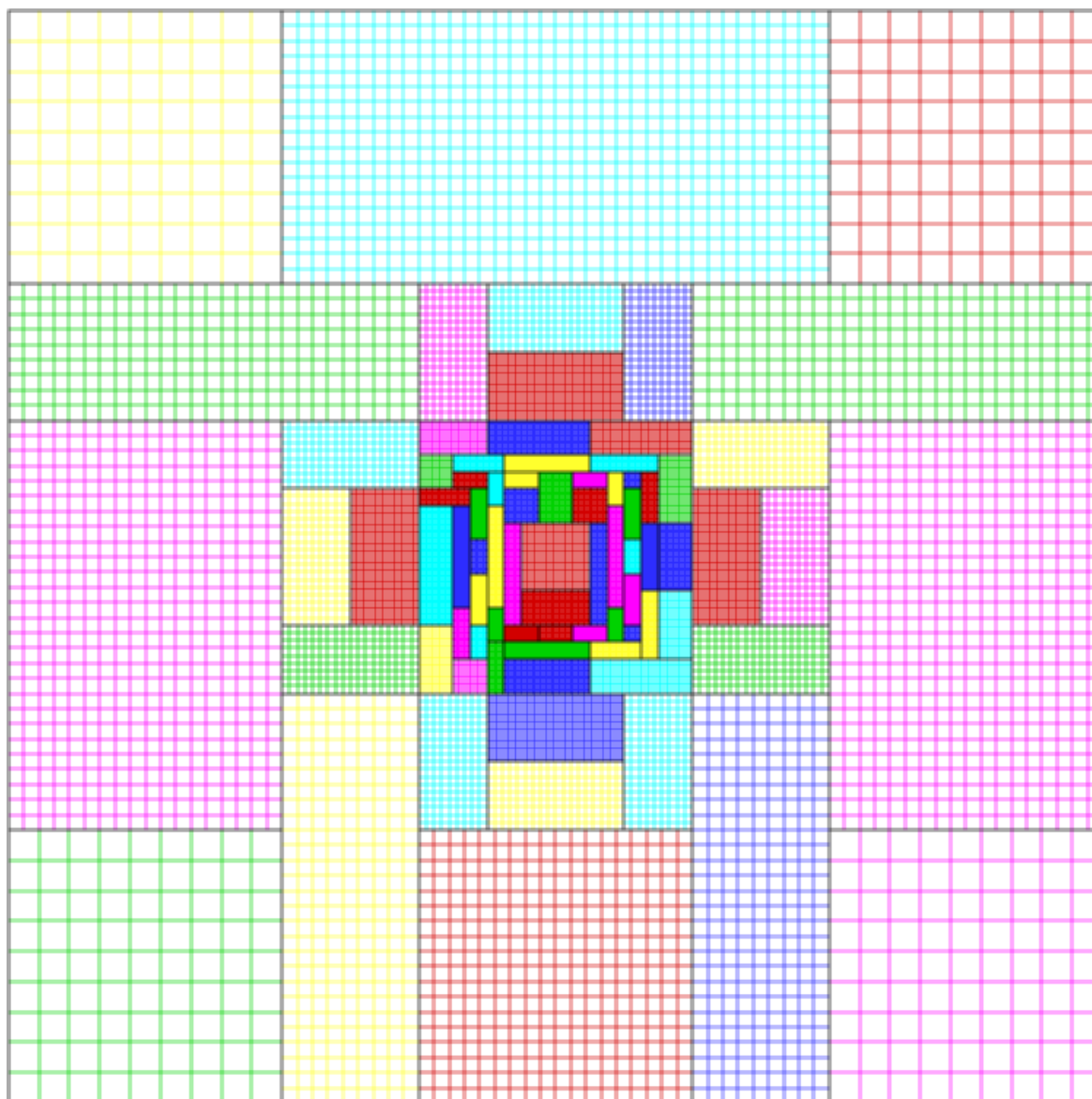
Génération du maillage Cartésien

Chaque cellule
est remplie
avec un
maillage
structuré $N \times N$



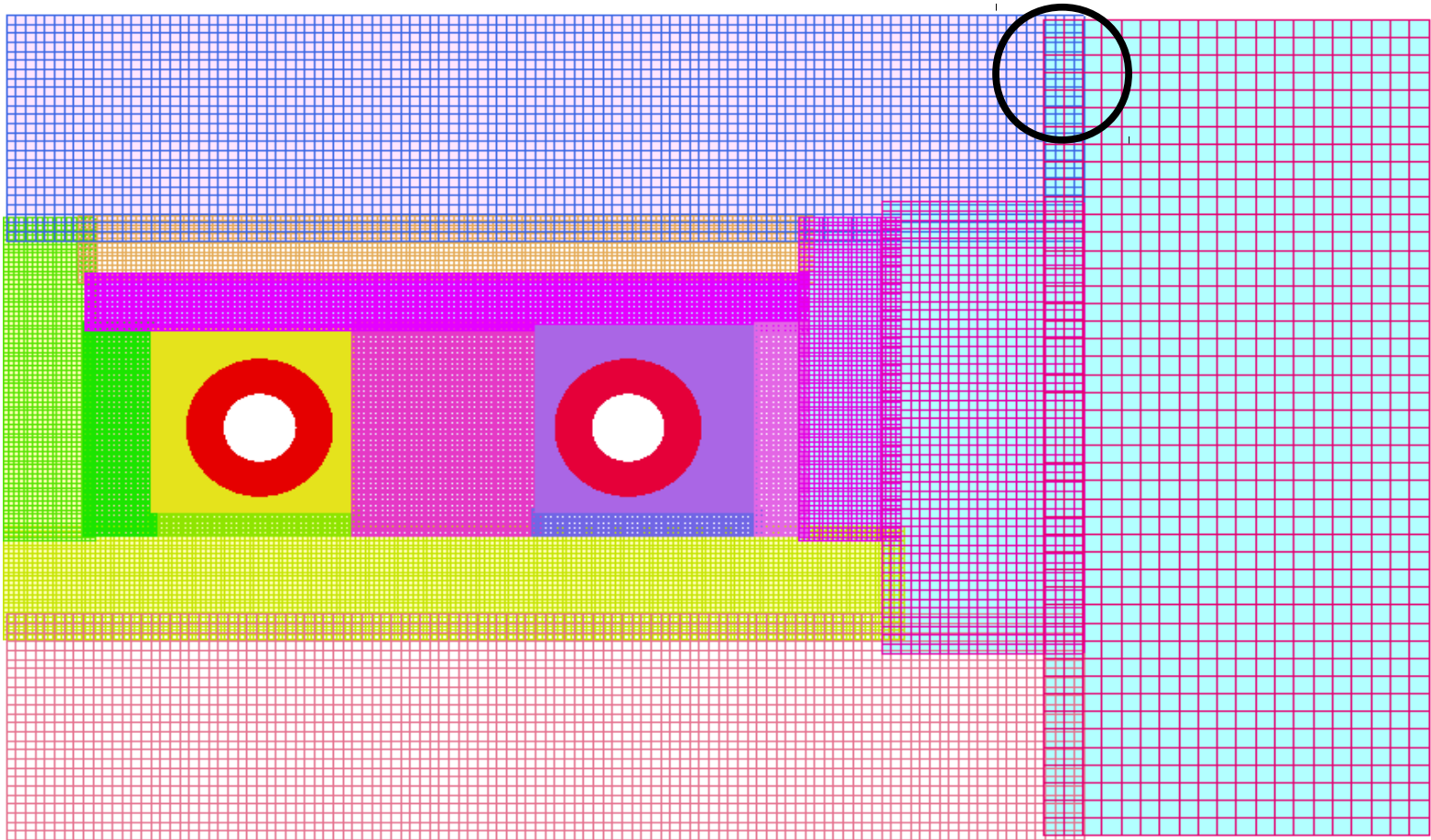
Génération du maillage Cartésien

On fusionne les
grilles au mieux

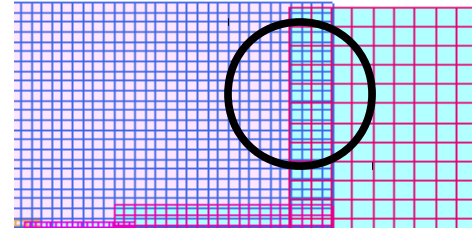


Génération du maillage Cartésien

- Extension des grilles

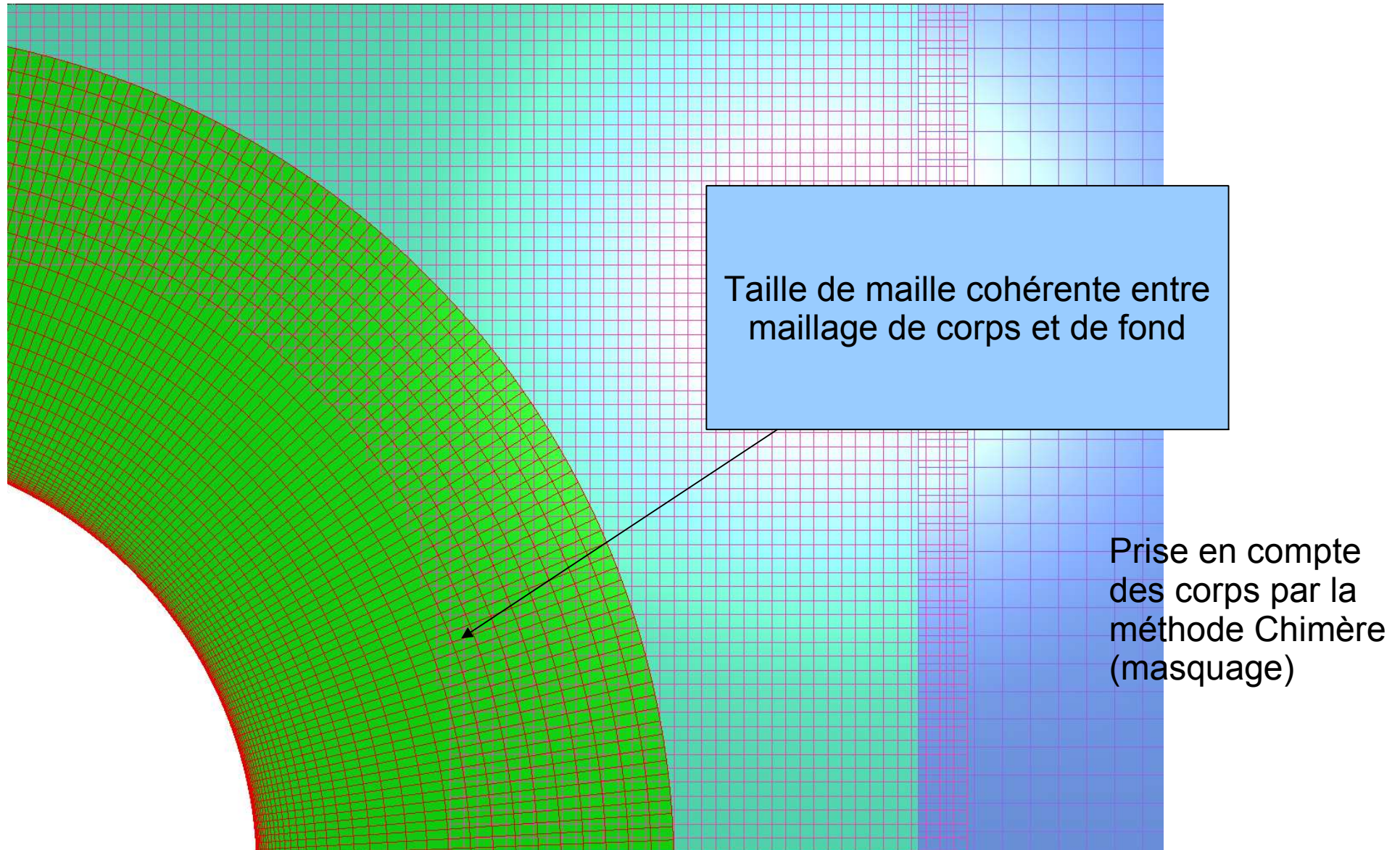


Génération du maillage Cartésien



- Extension des grilles
 - Recouvrement minimum entre grilles cartésiennes par construction
 - Transfert des grandeurs conservatives par interpolation
 - Raccords coïncidents entre les grilles de même niveau
 - Assure que tout le domaine est interpolable à partir des centres des grilles

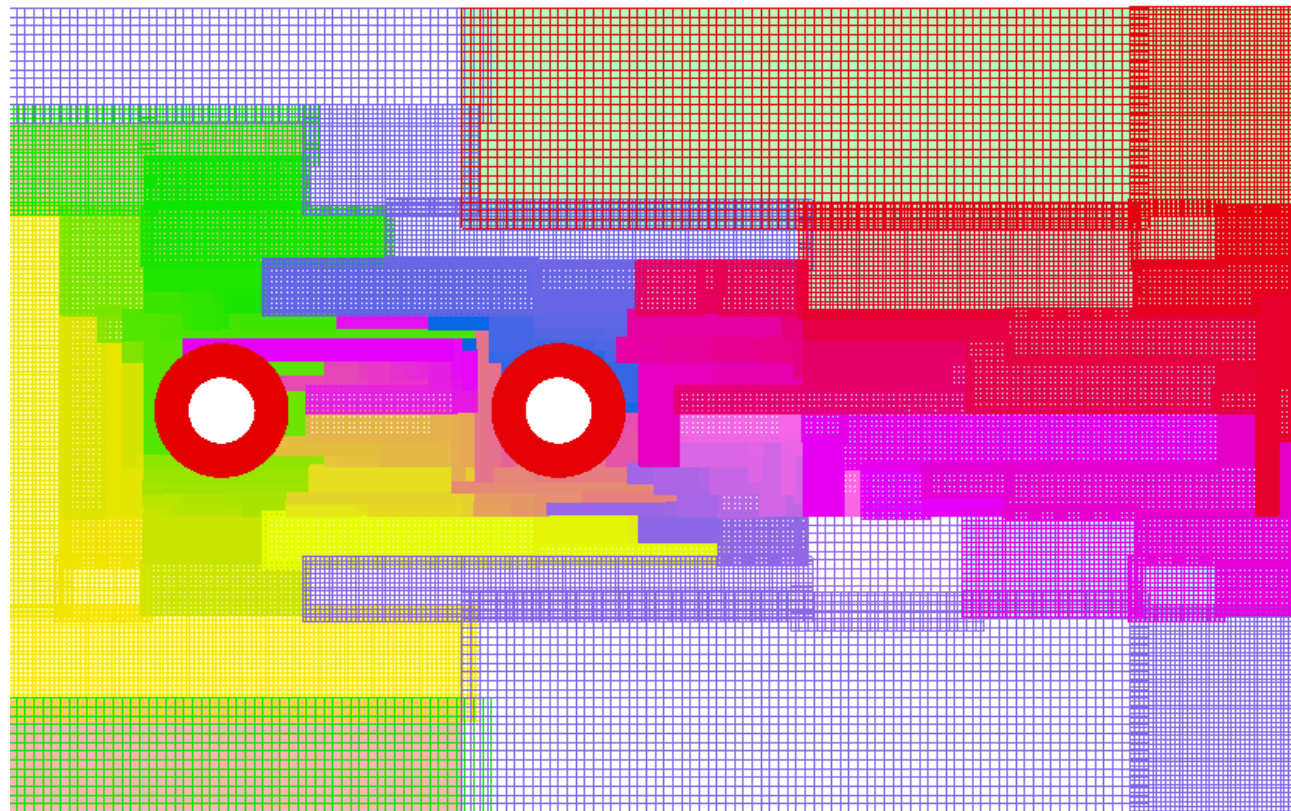
Génération du maillage Cartésien



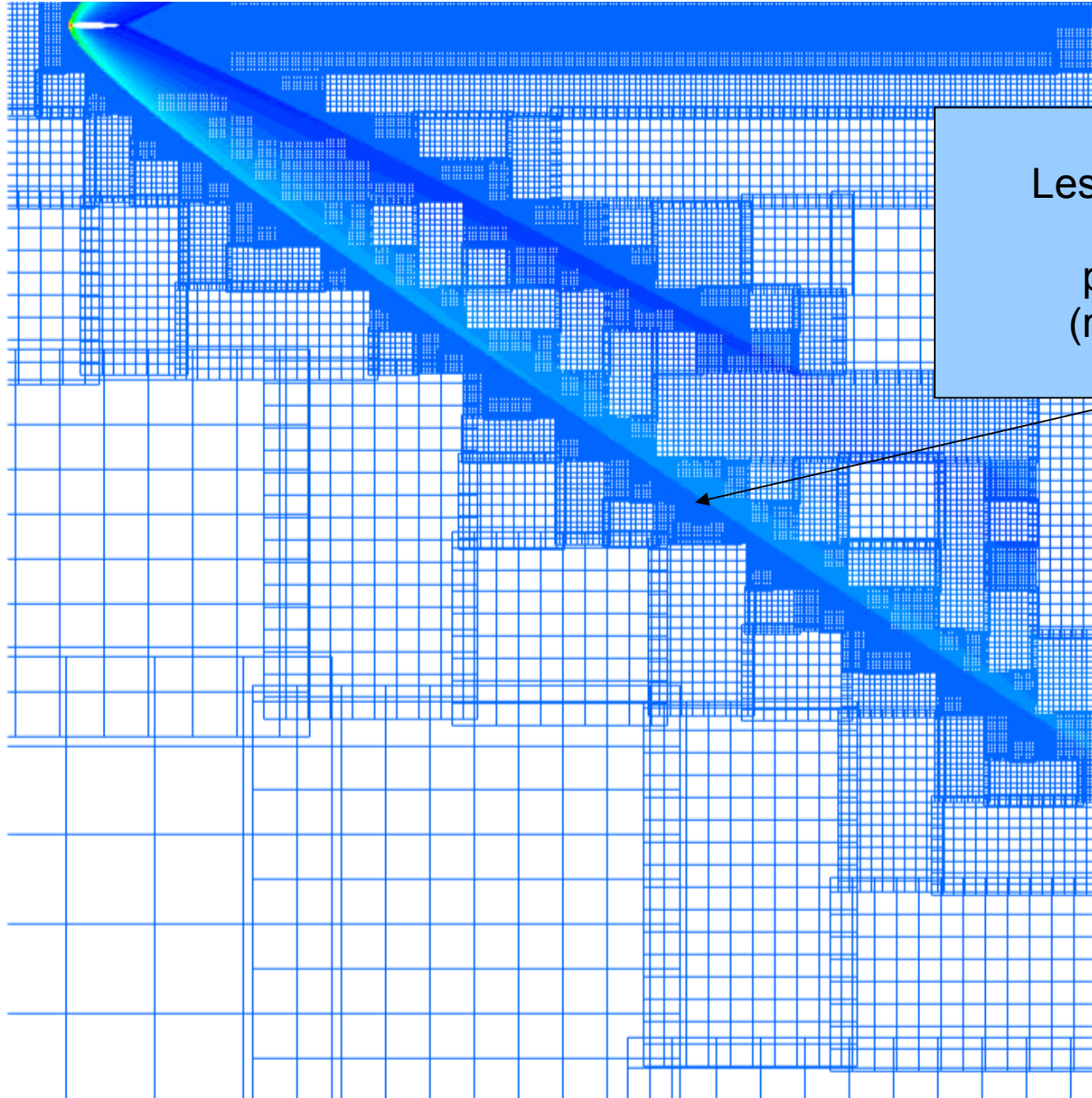
Adaptation du maillage Cartésien

- Adaptation du maillage cartésien
 - Remaillage en fonction d'un critère évalué sur le maillage précédent (gradient, critère Q, erreur d'interpolation...)

L'octree est
raffinée, le
maillage
structuré est
regénéré



Adaptation du maillage Cartésien

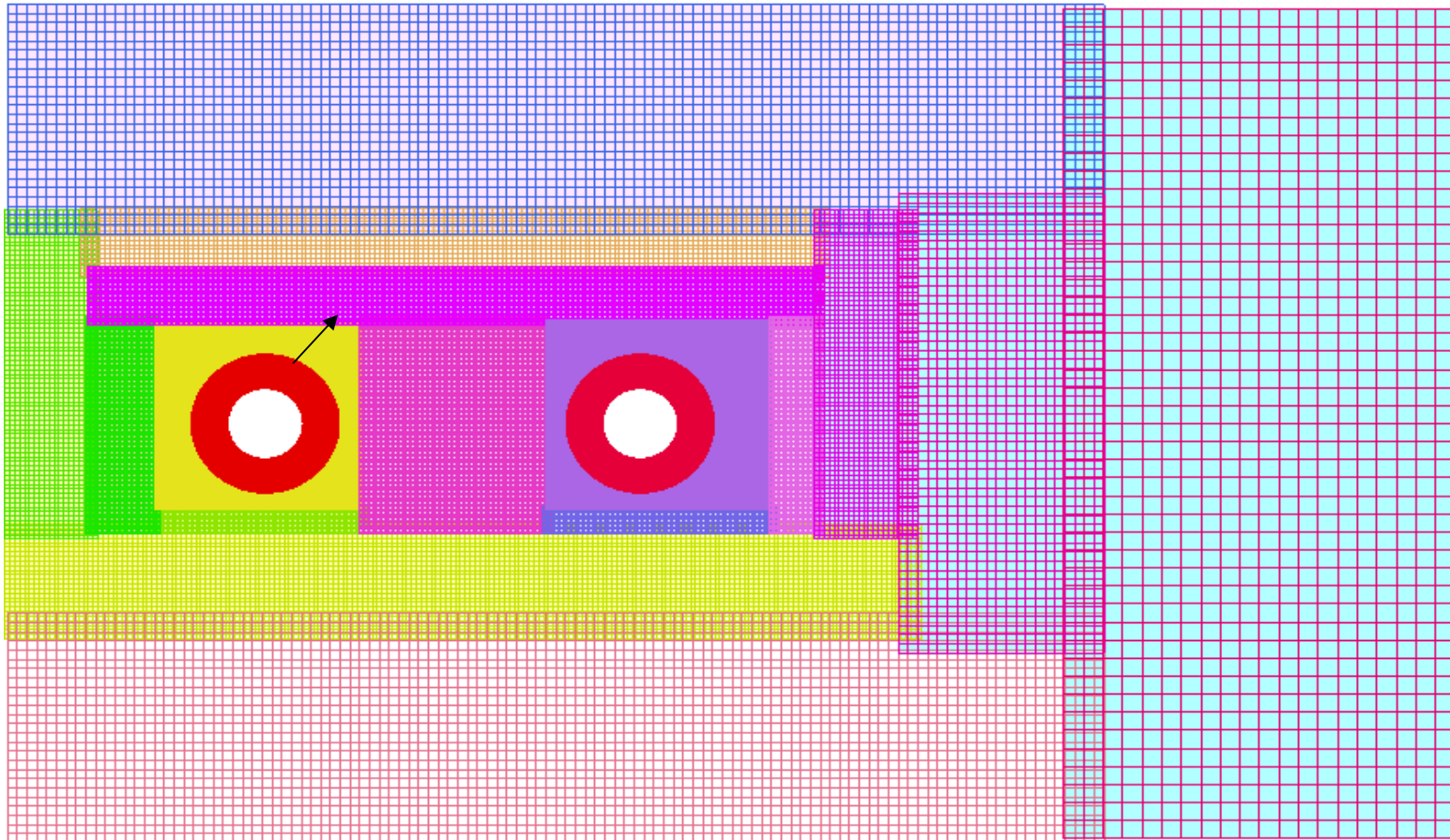


Les forts gradients restent
capturés
par des mailles fines
(raccords coincidents)

Génération de maillages Cartésiens

Possibilité de maillages mobiles :

- Déplacement des grilles de corps
- On adapte périodiquement pour prendre en compte la trajectoire des corps entre deux remaillages



Pourquoi des grilles cartésiennes?

- Précision/efficacité des solveurs
 - Pas de stockage de la métrique
 - Simplification des calculs
- Grande rapidité de la recherche des cellules d'interpolation
- Schémas de haute précision faciles à mettre en oeuvre, à moindre coût, et robustes

Schéma d'ordre 3 sur les grilles curvilignes

- Approche volumes finis
- Schéma centré
- Introduit par Rezgui, Cinella, Lerat
- Choisie car proche du schéma de Jameson

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} w \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} F(w) \cdot n \, d\Gamma = 0$$

- Maillages curvilignes
 - Approximation de l'intégrale de surface
 - Non prise en compte des pondérations (lourd)

$$F_{i+\frac{1}{2},j,k} = [(I - \frac{1}{8}\delta_1^2 + \frac{1}{24}\delta_2^2 + \frac{1}{24}\delta_3^2)\mu_1\phi]_{i+\frac{1}{2},j,k}$$

Formulation VF3

$$\phi = F(w) \cdot n$$

- Maillages cartésiens
 - Dégénérescence du schéma volumes finis en une formulation différences finies
 - Extension immédiate au cas tridimensionnel

Formulation DNC

$$\left[w_t + \frac{\delta_1}{\delta x} (I - \frac{1}{6}\delta_1^2)\mu_1 f + \frac{\delta_2}{\delta y} (I - \frac{1}{6}\delta_2^2)\mu_2 g + \frac{\delta_3}{\delta z} (I - \frac{1}{6}\delta_3^2)\mu_3 h \right]_{i,j,k} = 0$$

Dissipation numérique de Jameson, Schmidt et Turkel

- Viscosité artificielle de type Jameson → assurer la stabilité
- Terme dissipatif en $O(h^3)$

Flux numérique :

$$F_{j+\frac{1}{2},k} = (F - D)_{j+\frac{1}{2},k}$$

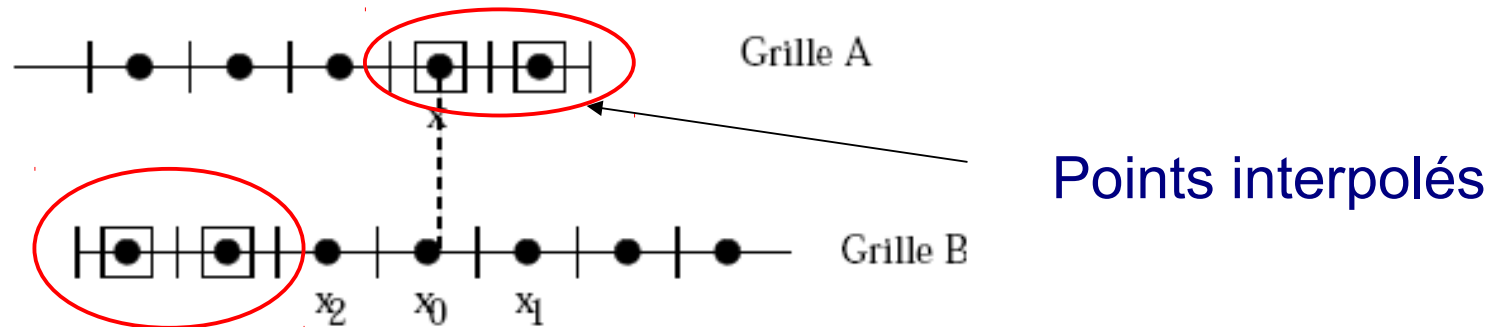
$$(D)_{j+\frac{1}{2},k} = \rho(\bar{A}_{j+\frac{1}{2},k})(\epsilon_2 \delta_1 w - \epsilon_4 \delta_1^3 w)_{j+\frac{1}{2},k}$$

Ordre 3

Ordre 3

Raccords chimères d'ordre 3

- Interpolations d'ordre 3 (entre grilles cartésiennes)



- Polynômes de Lagrange directionnels de degré 2

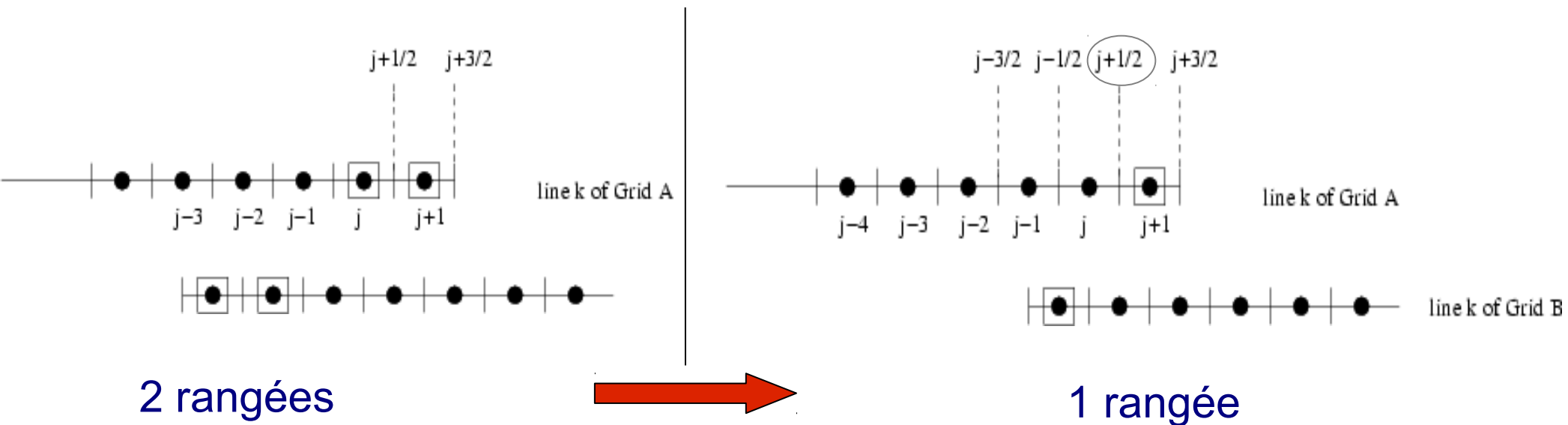
$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n l_i(x) w(x_i)$$

$n=2$

$$l_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}, \quad 0 \leq i \leq n$$

Minimisation des contraintes liées au recouvrement

- 1 seule “rangée” de cellules interpolées (pour les simulations en aéro)
- Modification du schéma près des frontières : formules décentrées
- Maintien de l'ordre global de précision (flux convectif + flux dissipatif)



Extension de la méthode à l'ordre 5 (grilles cartésiennes)

- Extension d'ordre 5 sur grilles cartésiennes (formulation DNC5)
 - Schémas de Lerat et Corre
 - Partie centrée d'ordre 6
 - Dissipation matricielle d'ordre 5
- Equivalence à une formulation volumes finis d'ordre 5

$$(w_t)_j + \frac{\delta}{\delta x} \left[\left(I - \frac{1}{6} \delta^2 + \frac{1}{30} \delta^4 \right) \mu f \right]_j = \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{60} |A_R| \delta^5 w \right)_j$$

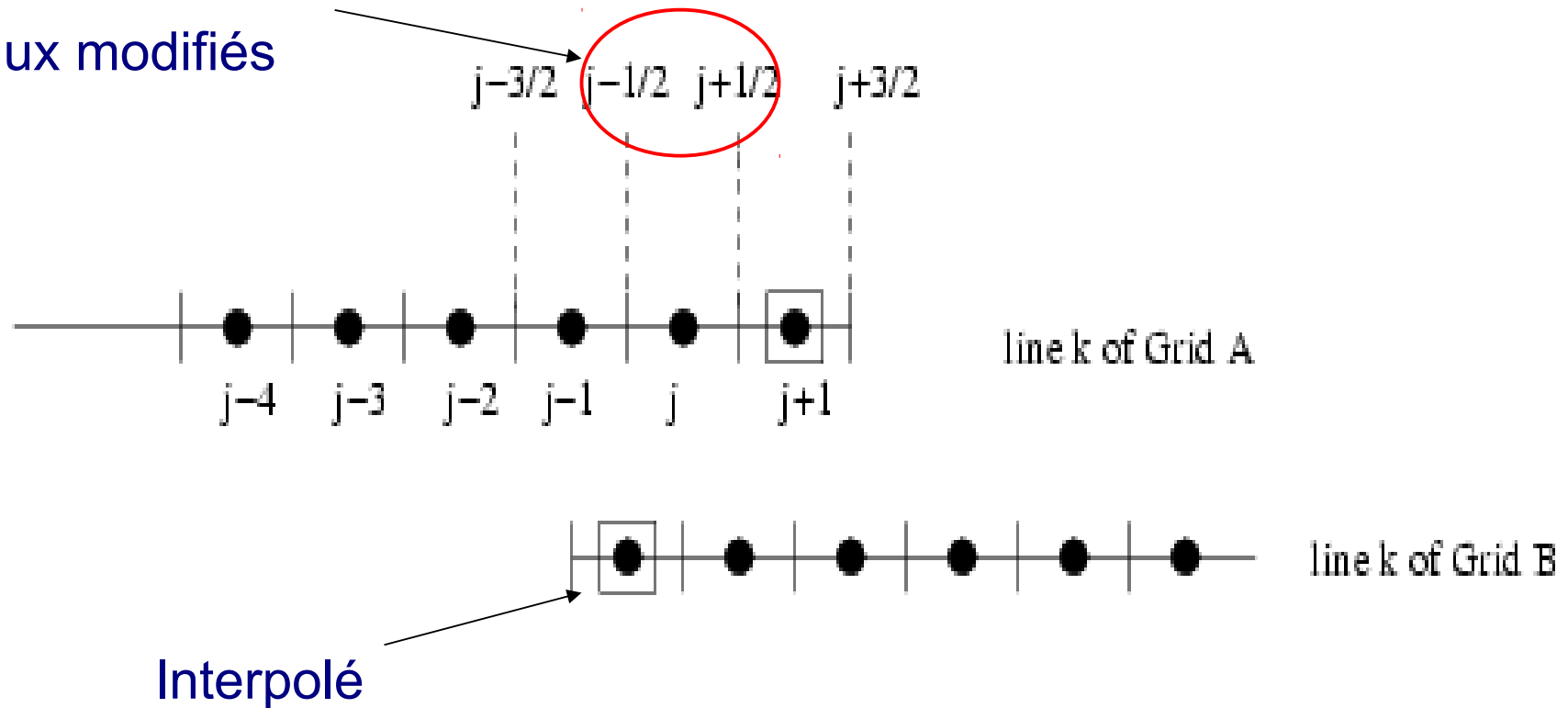
Partie centrée

Partie dissipative

Minimisation des contraintes de recouvrement

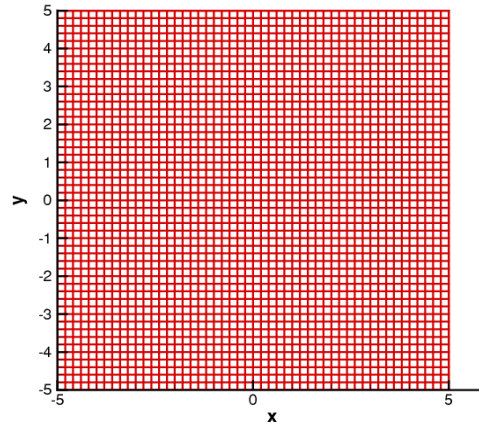
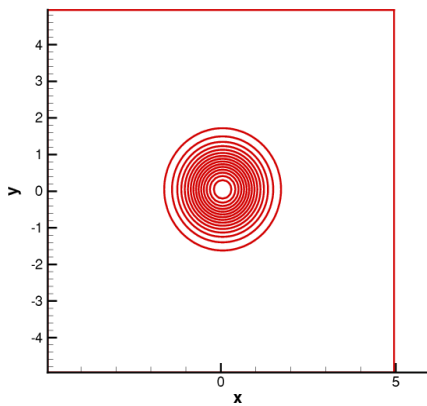
- Formules décentrées près des frontières de recouvrement
- Prise en compte des cas particuliers (taille de grille réduite)

Flux modifiés

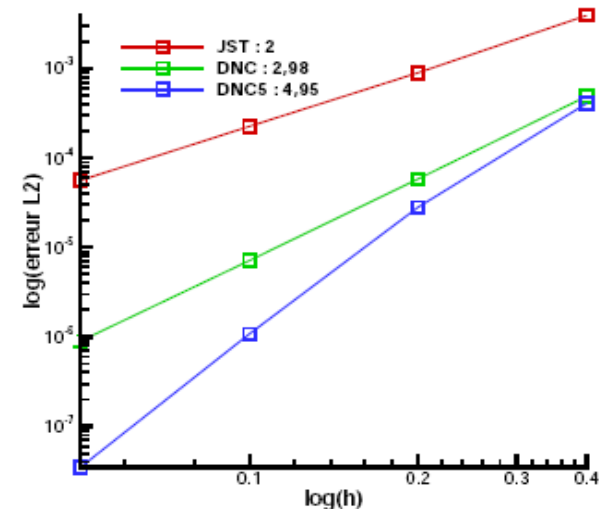


Advection d'un tourbillon isolé : ordres d'erreur (1)

- Modèle inspiré du cas test de Yee
- Conditions aux limites périodiques, advection dans un écoulement au repos, $t=0,1$
- Ordre d'erreur des formulations JST, DNC,

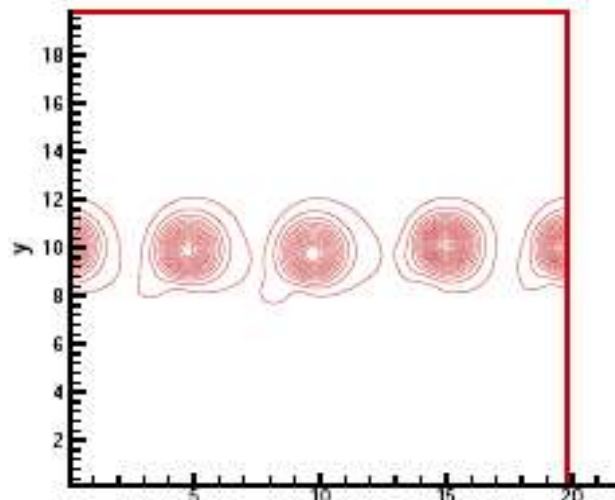


Maillage cartésien

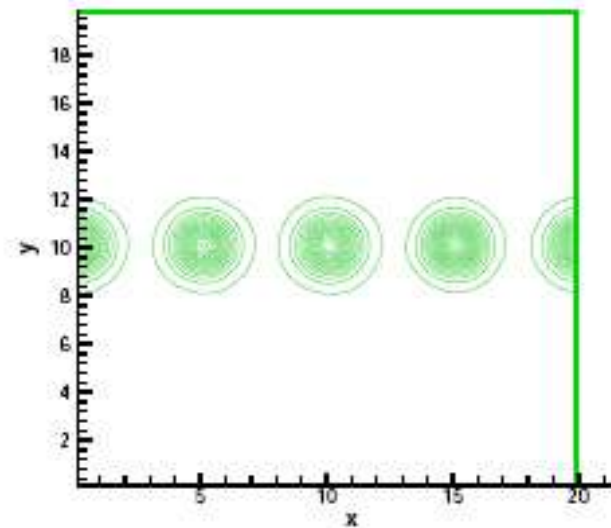


Advection d'un tourbillon isolé : conservation (2)

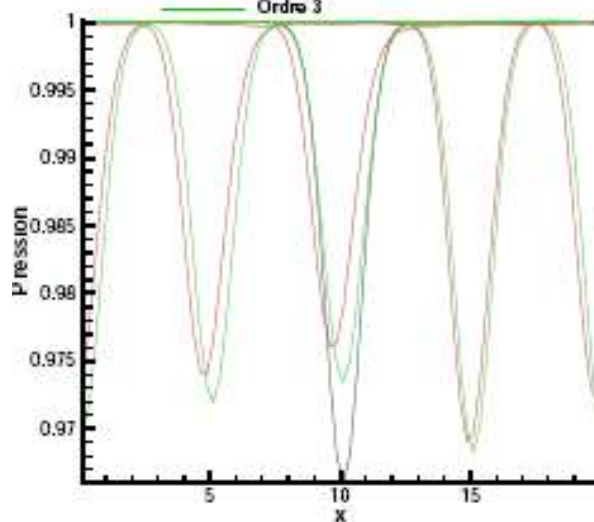
- Propriétés de conservation du tourbillon, $h=0,5$:
maillage cartésien régulier



Ordre 2



Ordre 3

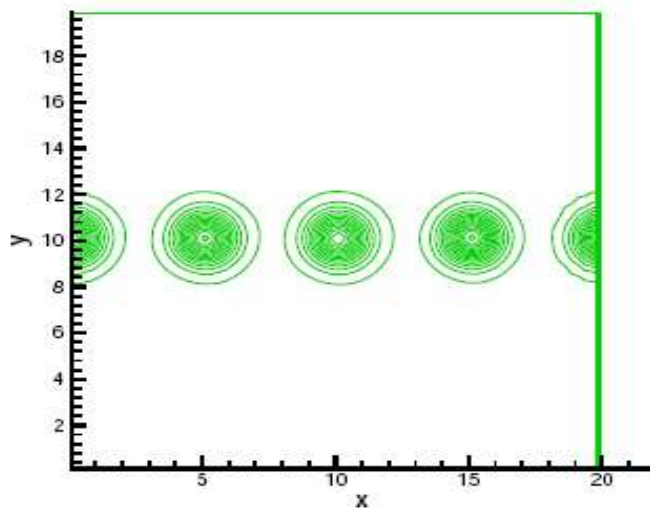


Pertes en pression après 1 période :

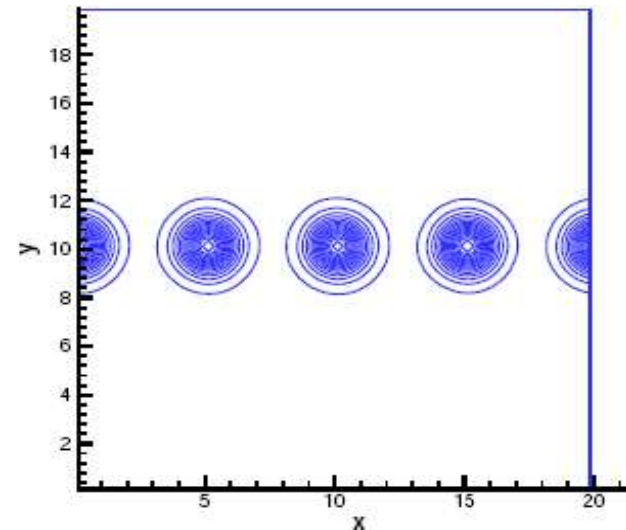
- Ordre 2 : 30%
- Ordre 3 : 22%

Advection d'un tourbillon isolé : conservation (2)

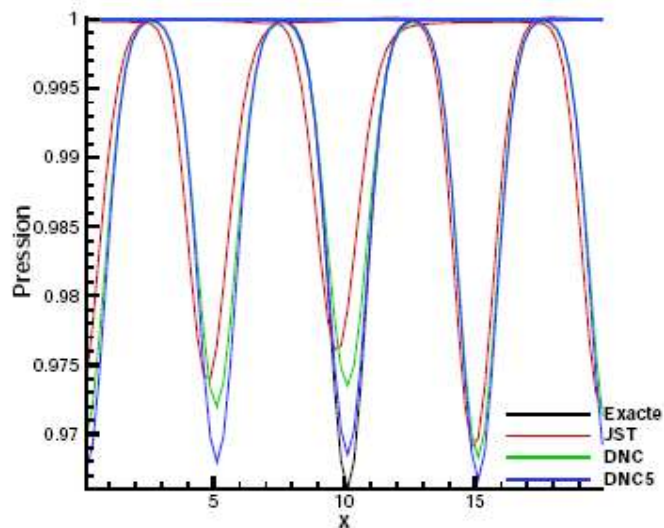
- Mesure de la capacité des schémas à conserver le tourbillon
- Comparaison entre les différents schémas



Ordre 3



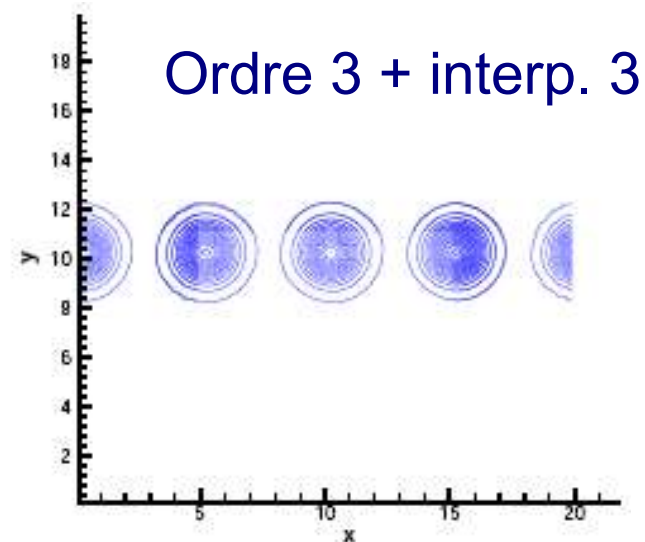
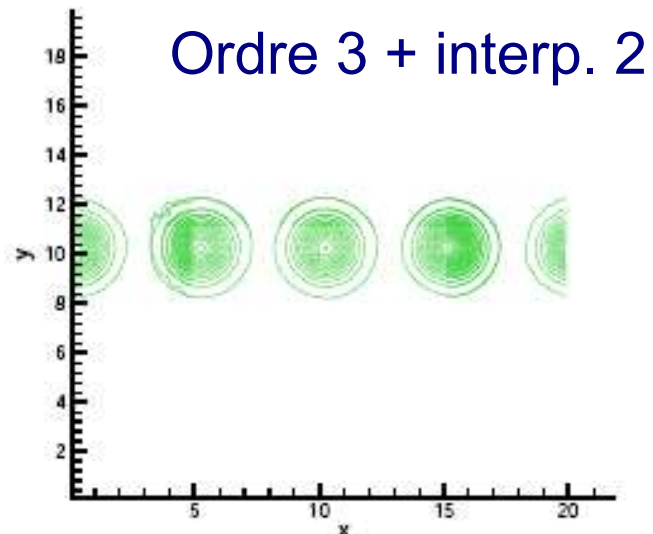
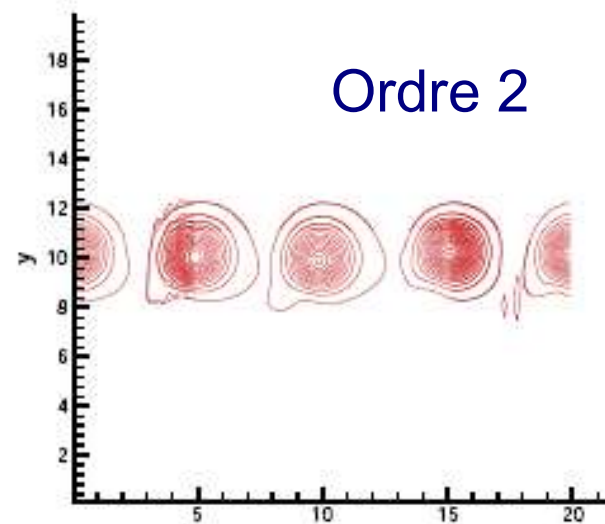
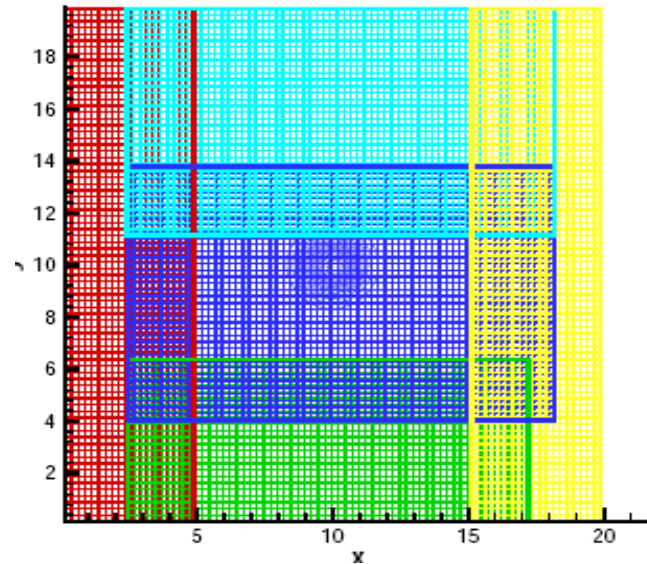
Ordre 5



- Pertes en pression après 1 période :
 - Ordre 2 : 30%
 - Ordre 3 : 22%
 - Ordre 5 : 7%
- Temps de calculs comparables

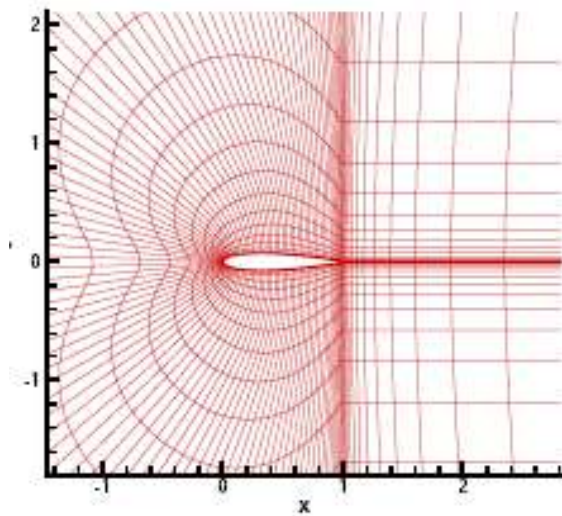
Advection d'un tourbillon isolé : maillages recouvrants (4)

- 5 blocs cartésiens avec recouvrement
- Mesure de l'influence de l'ordre des interpolations

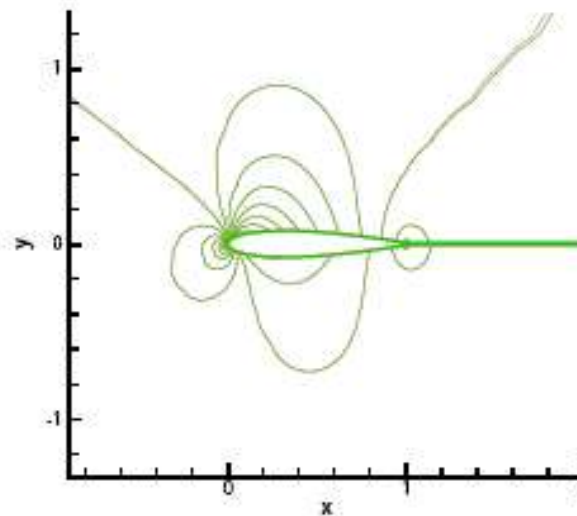


Ecoulement autour d'un profil : maillage monobloc (1)

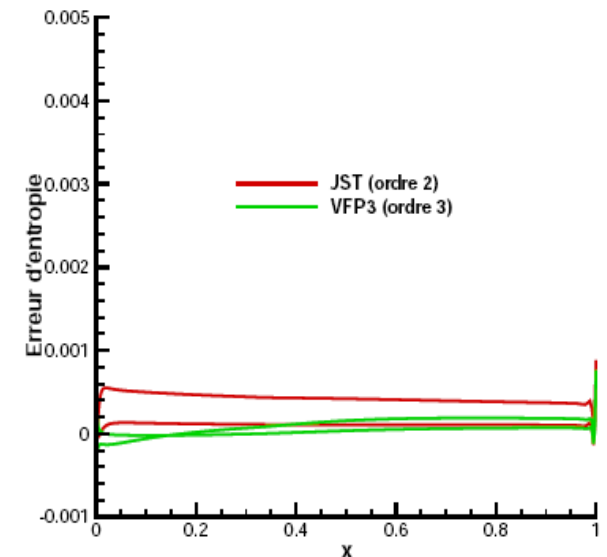
- Ecoulement subsonique non visqueux autour du profil NACA0012, $M=0,63$; 2 degrés
- Maillage en C monobloc
- Evaluation de l'erreur d'entropie à la paroi



Maillage en C
273x45



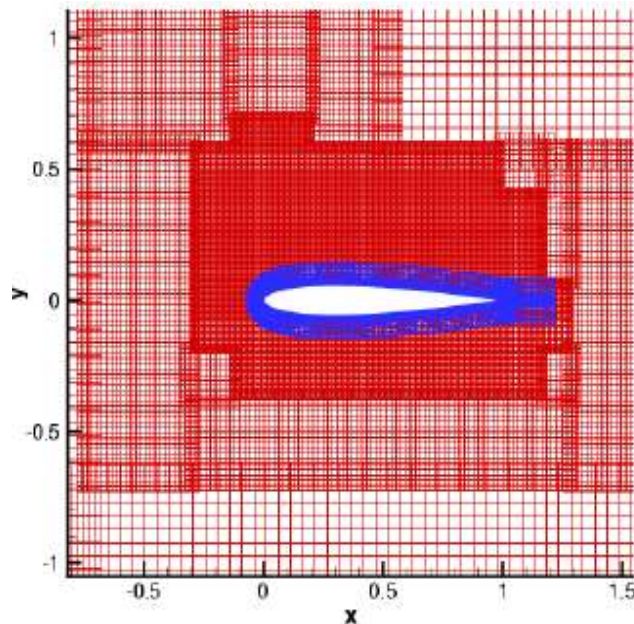
Lignes isochores
Ordre 2 / Ordre 3



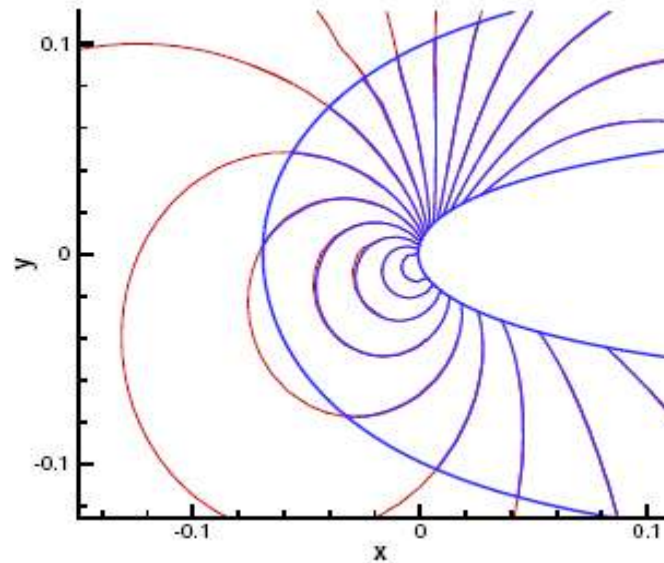
Erreur d'entropie

Ecoulement autour d'un profil : maillage adapté (2)

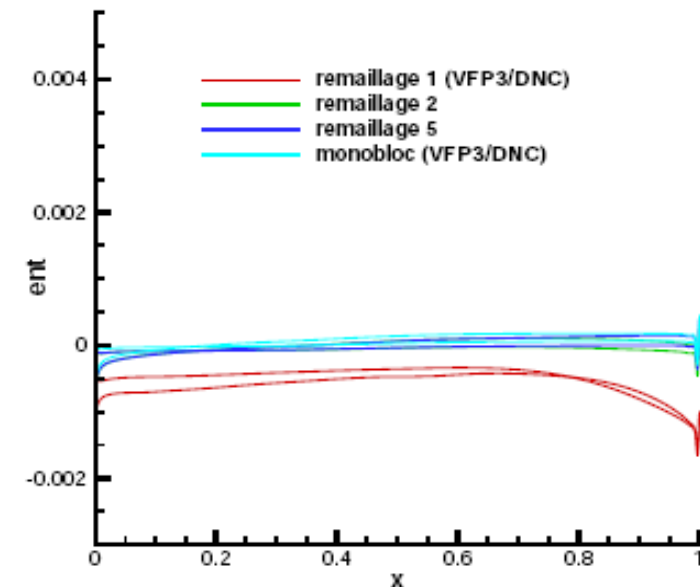
- Utilisation de l'adaptation de maillage
 - 5 remaillages, 32 blocs, 50000 points
 - Indicateur : gradient fondé sur le nombre de Mach
- Précision du **même ordre** qu'en maillage monobloc
 - Plus grande précision de l'ordre 3 (bord d'attaque)
 - Temps de calcul comparables ordre 2/ordre 3 (adapté)



Maillage adapté



Lignes isochores



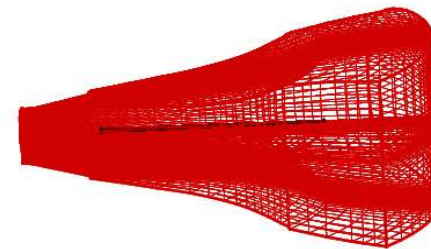
Erreur d'entropie

Pale isolée du rotor 7A : cas test (1)

- Pale isolée du rotor 7A en vol stationnaire
- Pale d'allongement $R=15c$, $c=0,1$, profil OA209
- Pas collectif : $\theta = 10^\circ$
- **Angle de conicité : $\beta = 3^\circ$**
- **Vitesse angulaire adimensionnée : $\Omega = 0,4408$**
- **Nombre de Mach extrémité de pale : $M_{tip}=0,662$**



Vue de la pale



Maillage de la pale
140x27x18



Pale isolée du rotor 7A : méthodes numériques

- Approximations spatiales
 - **Méthode JST**
 - Schéma de Jameson, volumes finis sur la pale
 - Schéma de Jameson, différences finies sur les grilles cartésiennes
 - Interpolations d'ordre deux
 - **Méthode VF3/DNC**
 - Formulation volumes finis VF3 sur la pale
 - Formulation DNC (grilles cartésiennes)
 - Interpolations d'ordre 3 (grilles cartésiennes)
 - **Méthode VF3/DNC5**
 - Formulation volumes finis VF3 sur la pale
 - Formulation DNC5 (grilles cartésiennes)
 - Raccords chimères d'ordre 3
- Discrétisation temporelle
 - **Backward-Euler + phase implicite de type LDU**

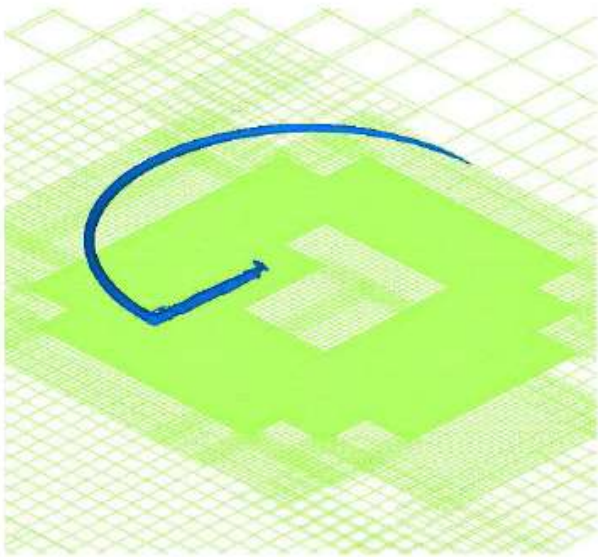
Pale isolée du rotor 7A : stratégie de maillage

- Génération automatique de maillage
 - 8 blocs cartésiens se recouvrant : 230 000 points
 - Bloc cartésien le plus fin : $\delta x_{\min} = 0,136$
 - Domaine : $[-5,5] \times [-5,5] \times [-5,5]$
- Adaptation automatique cartésienne
 - 9 remaillages
 - Indicateur de raffinement : rotationnel de la vitesse
 - Bloc cartésien le plus fin : $\delta x_{\min} = 0,015$
 - Environ 4,5 millions de points
 - 1 point dans le coeur du tourbillon

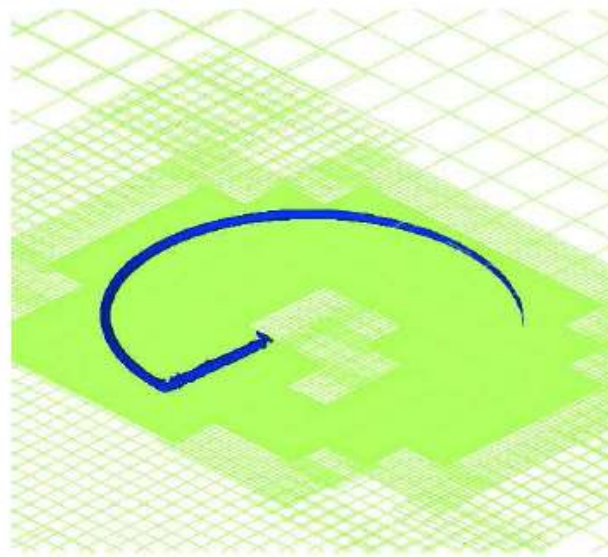
Pale isolée du rotor 7A

- Raffinement dans les zones du sillage tourbillonnaire
- Meilleure capture du sillage avec la méthode VF3/DNC

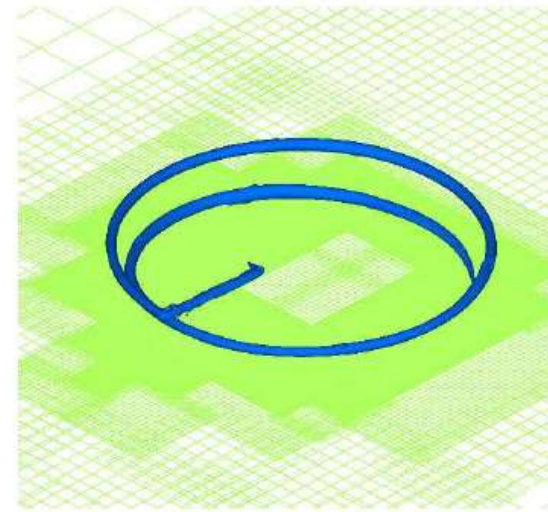
Vue du maillage après adaptation et surface d'égale vorticité



Ordre 2



Ordre 3



Ordre 5

Pale isolée en vol d'avancement

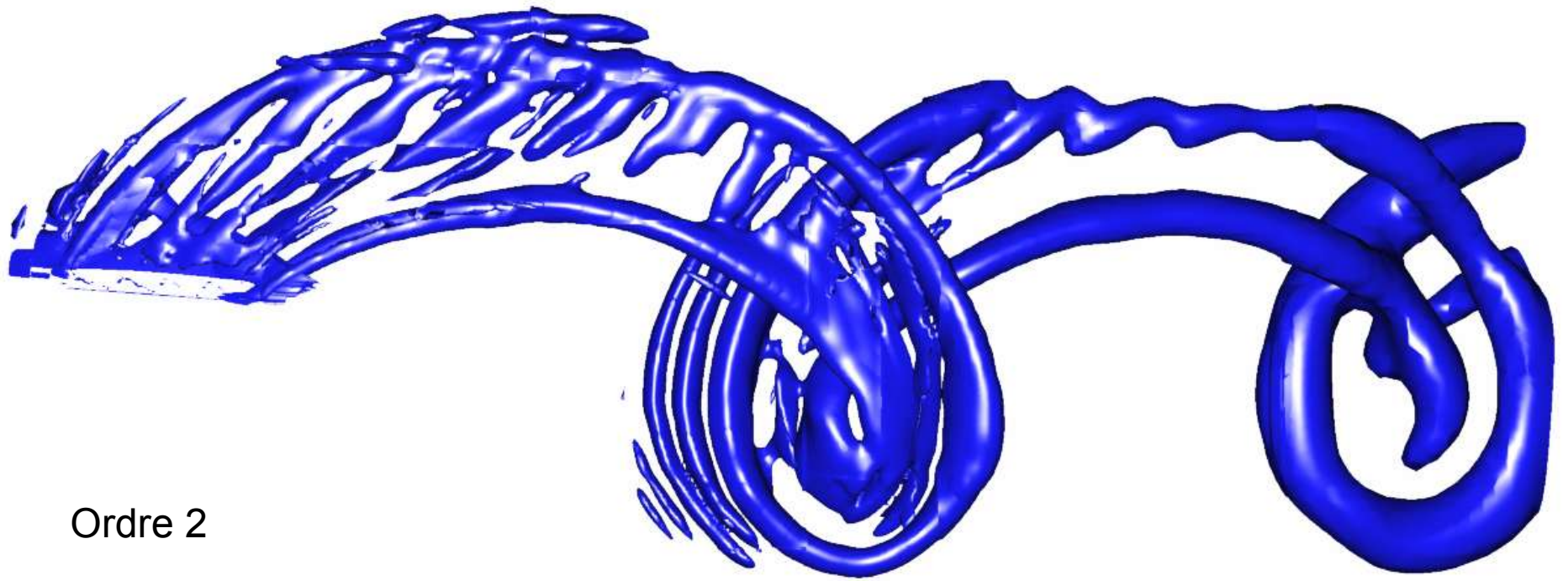
- Pale isolée du rotor 7A en vol d'avancement
- Pale d'allongement $R=15c$, $c=0,1$, profil OA209
- Pas collectif et conicité variables
- ***Vitesse d'avancement : $\mu = 0,4$***
- ***Nombre de Mach extrémité de pale : $M_{tip}=0,646$***

Pale isolée en vol d'avancement

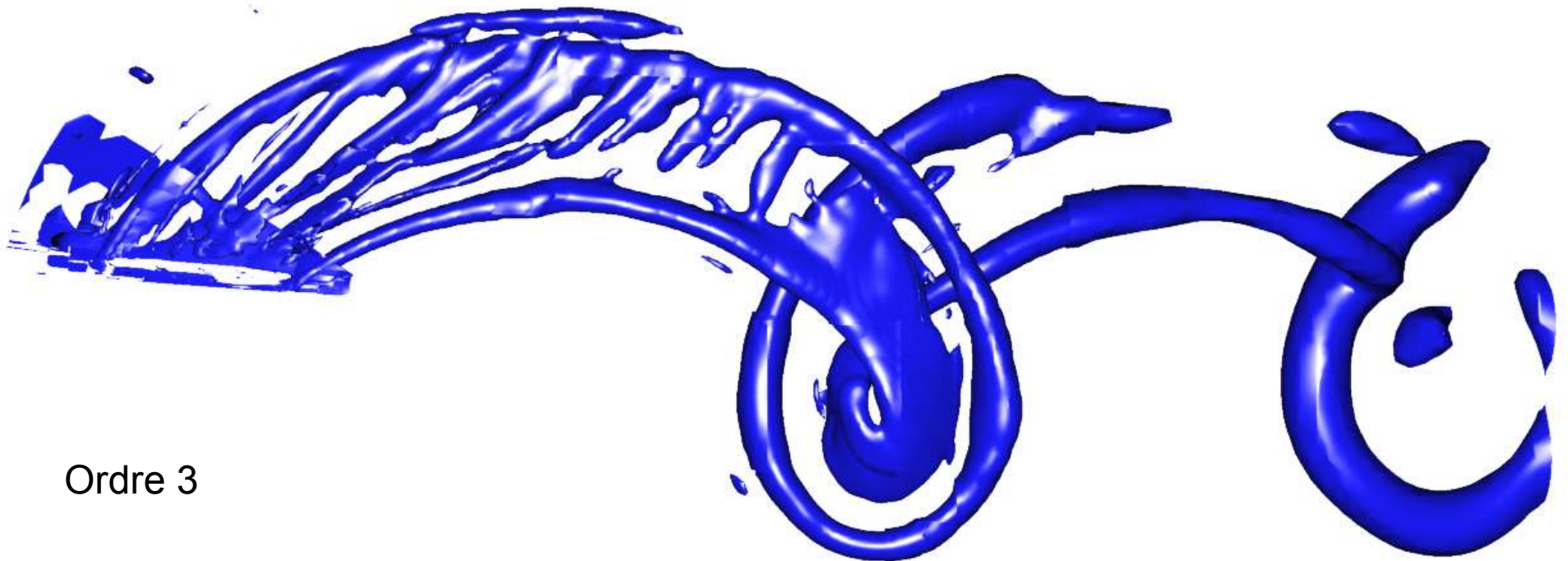
- Approximations spatiales
 - Méthode VF3/DNC
 - Formulation volumes finis VF3 sur la pale
 - Formulation DNC (grilles cartésiennes)
 - Interpolations d'ordre 3 (grilles cartésiennes)
- Discrétisation temporelle
 - Runge-Kutta d'ordre 3

Pale isolée en vol d'avancement

- Génération automatique de maillage
 - 3 million de points
 - Domaine : $[-5,5] \times [-5,5] \times [-5,5]$
- Adaptation automatique cartésienne
 - 6 remaillages
 - Indicateur de raffinement : rotationnel de la vitesse
 - Environ 19 millions de points



Ordre 2



Ordre 3

Conclusion

- La méthode est utilisée aujourd'hui dans de nombreux contextes (avions, hélicos, ...)
- Maturité du schéma à l'ordre 3
- Travail en cours:
 - Automatiser la génération des maillages de corps
 - Utilisation avec les IBC