

Analyse du rythme cardiaque et classification

N. Azzaoui, P. Bertrand, A. Guillin, G. Paugam and G. Boudet, A. Chamoux, F. Dutheil, C. Perrier, J. Schmidt

Université Blaise Pascal
Laboratoire de Mathématiques

Laboratoire de
MATHEMATIQUES
UMR 6620 UBP-CNRS



Introduction et préliminaires

- **Le but:** Détecter des situations de stress dans une population de médecins urgentistes en analysant le rythme cardiaque.

Introduction et préliminaires

- **Le but:** Détecter des situations de stress dans une population de médecins urgentistes en analysant le rythme cardiaque.
- **L'idée:** Exploiter la variation de ce rythme qui est intrinsèquement liée au système nerveux autonome: Les systèmes Parasymphatique et Orthosymphatique

Introduction et préliminaires

- **Le but:** Détecter des situations de stress dans une population de médecins urgentistes en analysant le rythme cardiaque.
- **L'idée:** Exploiter la variation de ce rythme qui est intrinsèquement liée au système nerveux autonome: Les systèmes Parasymphatique et Orthosymphatique
⇒ Un déséquilibre implique une variation de la modulation de la fréquence cardiaque dite **Variabilité Sinusale (VRS)**

Introduction et préliminaires

- **Le but:** Détecter des situations de stress dans une population de médecins urgentistes en analysant le rythme cardiaque.
- **L'idée:** Exploiter la variation de ce rythme qui est intrinsèquement liée au système nerveux autonome: Les systèmes Parasymphatique et Orthosymphatique
 - ⇒ Un déséquilibre implique une variation de la modulation de la fréquence cardiaque dite **Variabilité Sinusale (VRS)**
 - ⇒ La littérature: Une VRS basse est souvent liée au stress, à la fatigue et à la diminution des performances physiques.

Introduction et préliminaires

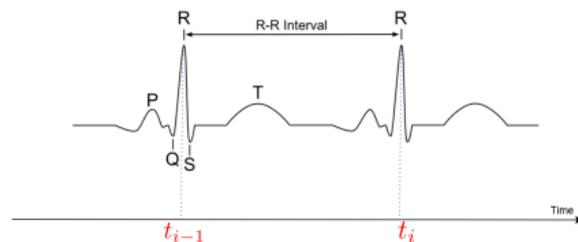
- **Le but:** Détecter des situations de stress dans une population de médecins urgentistes en analysant le rythme cardiaque.
- **L'idée:** Exploiter la variation de ce rythme qui est intrinsèquement liée au système nerveux autonome: Les systèmes Parasymphatique et Orthosymphatique
 - ⇒ Un déséquilibre implique une variation de la modulation de la fréquence cardiaque dite **Variabilité Sinusale (VRS)**
 - ⇒ La littérature: Une VRS basse est souvent liée au stress, à la fatigue et à la diminution des performances physiques.
- **Comment?** Extraire et analyser les composantes de fréquence qui modulent le comportement du rythme cardiaque

Introduction et préliminaires

- **Le but:** Détecter des situations de stress dans une population de médecins urgentistes en analysant le rythme cardiaque.
- **L'idée:** Exploiter la variation de ce rythme qui est intrinsèquement liée au système nerveux autonome: Les systèmes Parasymphatique et Orthosymphatique
 - ⇒ Un déséquilibre implique une variation de la modulation de la fréquence cardiaque dite **Variabilité Sinusale (VRS)**
 - ⇒ La littérature: Une VRS basse est souvent liée au stress, à la fatigue et à la diminution des performances physiques.
- **Comment?** Extraire et analyser les composantes de fréquence qui modulent le comportement du rythme cardiaque
- **Aller plus loin?**, faire en sorte que l'analyse soit plus rapide. Ou encore mieux un traitement en temps quasi-réel

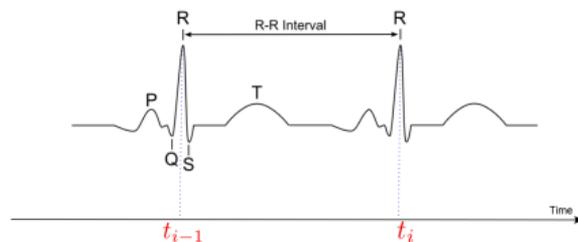
Notation et Modélisation

On note $(t_i)_{i=1,\dots,N}$, les instants correspondants aux pics **R**. On considère la série temporelle des RR: $X(t_i) = (t_i - t_{i-1})$.



Notation et Modélisation

On note $(t_i)_{i=1,\dots,N}$, les instants correspondants aux pics **R**. On considère la série temporelle des RR: $X(t_i) = (t_i - t_{i-1})$.

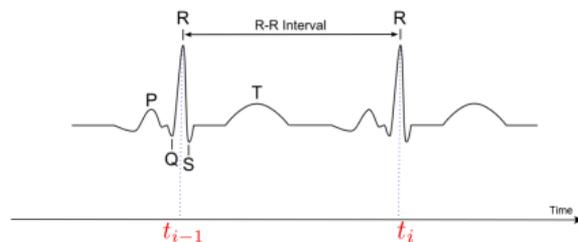


Les cardiologues s'intéressent à l'étude de la série $X(t)$ dans deux bandes de fréquences:

- La bande $[\omega_1, \omega_2] = [0.04 \text{ Hz}, 0.15 \text{ Hz}]$ dite Basse fréquence (**LF**) et associée à la bande orthosympathique (accélérateur)

Notation et Modélisation

On note $(t_i)_{i=1, \dots, N}$, les instants correspondants aux pics **R**. On considère la série temporelle des RR: $X(t_i) = (t_i - t_{i-1})$.

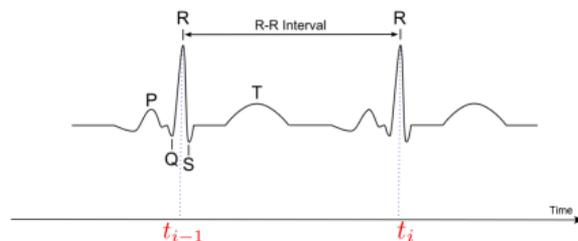


Les cardiologues s'intéressent à l'étude de la série $X(t)$ dans deux bandes de fréquences:

- La bande $[\omega_1, \omega_2] = [0.04 \text{ Hz}, 0.15 \text{ Hz}]$ dite Basse fréquence (**LF**) et associée à la bande orthosympathique (accélérateur)
- La bande de fréquence haute $[\omega_2, \omega_3] = [0.15 \text{ Hz}, 0.5 \text{ Hz}]$ notée (**HF**), liée à la bande parasympathique (frein)

Notation et Modélisation

On note $(t_i)_{i=1,\dots,N}$, les instants correspondants aux pics **R**. On considère la série temporelle des RR: $X(t_i) = (t_i - t_{i-1})$.

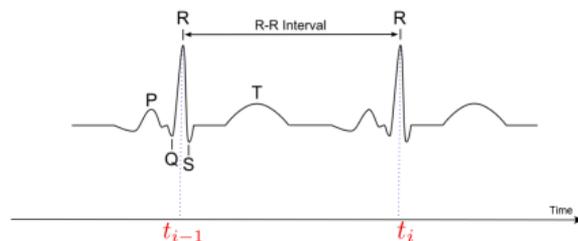


Les cardiologues s'intéressent à l'étude de la série $X(t)$ dans deux bandes de fréquences:

- La bande $[\omega_1, \omega_2] = [0.04 \text{ Hz}, 0.15 \text{ Hz}]$ dite Basse fréquence (**LF**) et associée à la bande orthosympathique (accélérateur)
- La bande de fréquence haute $[\omega_2, \omega_3] = [0.15 \text{ Hz}, 0.5 \text{ Hz}]$ notée (**HF**), liée à la bande parasympathique (frein)
- Ces bandes ont été définies par (Cf. la Task force (1996)) qui indique que l'énergie contenu dans ces deux bandes donne un bon révélateur de stress d'un individu

Notation et Modélisation

On note $(t_i)_{i=1, \dots, N}$, les instants correspondants aux pics R. On considère la série temporelle des RR: $X(t_i) = (t_i - t_{i-1})$.



Les cardiologues s'intéressent à l'étude de la série $X(t)$ dans deux bandes de fréquences:

- La bande $[\omega_1, \omega_2] = [0.04 \text{ Hz}, 0.15 \text{ Hz}]$ dite Basse fréquence (LF) et associée à la bande orthosympathique (accélérateur)
- La bande de fréquence haute $[\omega_2, \omega_3] = [0.15 \text{ Hz}, 0.5 \text{ Hz}]$ notée (HF), liée à la bande parasympathique (frein)
- Ces bandes ont été définies par (Cf. la Task force (1996)) qui indique que l'énergie contenu dans ces deux bandes donne un bon révélateur de stress d'un individu

D'où l'intérêt d'extraire ces énergies sur les bandes HF et LF...

Notation et Modélisation...

La nature aléatoire des taches réalisées par les urgentistes, font que $X(t)$ peut être modélisé par un processus localement stationnaire:

$$X(t) = \mu(t) + \int_R e^{it\xi} f^{1/2}(t, \xi) dW(\xi),$$

Notation et Modélisation...

La nature aléatoire des taches réalisées par les urgentistes, font que $X(t)$ peut être modélisé par un processus localement stationnaire:

$$X(t) = \mu(t) + \int_{\mathbb{R}} e^{it\xi} f^{1/2}(t, \xi) dW(\xi),$$

- la densité spectrale $\xi \mapsto f(t, \xi)$ est positive, paire et constante par morceaux c-à-d il existent τ_1, \dots, τ_K tels que $f(t, \xi) = f_i(\xi)$ for $t \in [\tau_i, \tau_{i+1} [$
- La fonction $t \mapsto \mu(t)$ peut être aussi constante par morceaux.

Notation et Modélisation...

La nature aléatoire des taches réalisées par les urgentistes, font que $X(t)$ peut être modélisé par un processus localement stationnaire:

$$X(t) = \mu(t) + \int_{\mathcal{R}} e^{it\xi} f^{1/2}(t, \xi) dW(\xi),$$

- la densité spectrale $\xi \mapsto f(t, \xi)$ est positive, paire et constante par morceaux c-à-d il existent τ_1, \dots, τ_K tels que $f(t, \xi) = f_i(\xi)$ for $t \in [\tau_i, \tau_{i+1} [$
- La fonction $t \mapsto \mu(t)$ peut être aussi constante par morceaux.

\implies Le processus $X(t)$ est localisé en temps et en fréquence...

Notation et Modélisation...

La nature aléatoire des taches réalisées par les urgentistes, font que $X(t)$ peut être modélisé par un processus localement stationnaire:

$$X(t) = \mu(t) + \int_R e^{it\xi} f^{1/2}(t, \xi) dW(\xi),$$

- la densité spectrale $\xi \mapsto f(t, \xi)$ est positive, paire et constante par morceaux c-à-d il existent τ_1, \dots, τ_K tels que $f(t, \xi) = f_i(\xi)$ for $t \in [\tau_i, \tau_{i+1} [$
- La fonction $t \mapsto \mu(t)$ peut être aussi constante par morceaux.

⇒ Le processus $X(t)$ est localisé en temps et en fréquence...

Après segmentation, il peut être donc considéré comme un mélange de variables gaussiennes

$$f(x, y, \phi) = \sum_{k=1}^K \pi_k f_k(y, x^t \beta_k, \sigma_k), \quad (1)$$

Extraction de l'énergie HF et LF

L'idée est de chercher deux ondelettes ψ_1 et ψ_2 telle que :

- $W_1(b) = \int_{\mathbb{R}} \psi_1(t - b) X(t) dt$ qui permet de calculer $|W_1(b)|^2$, l'énergie associée à la bande LF $[\omega_1, \omega_2]$ et localisée autour de l'instant b

Extraction de l'énergie HF et LF

L'idée est de chercher deux ondelettes ψ_1 et ψ_2 telle que :

- $W_1(b) = \int_{\mathbb{R}} \psi_1(t - b) X(t) dt$ qui permet de calculer $|W_1(b)|^2$, l'énergie associée à la bande LF $[\omega_1, \omega_2]$ et localisée autour de l'instant b
- $W_2(b) = \int_{\mathbb{R}} \psi_2(t - b) X(t) dt$ qui donne $|W_2(b)|^2$, l'énergie associée à la bande HF $[\omega_2, \omega_3]$ et localisée autour de l'instant b

Extraction de l'énergie HF et LF

L'idée est de chercher deux ondelettes ψ_1 et ψ_2 telle que :

- $W_1(b) = \int_{\mathbb{R}} \psi_1(t - b) X(t) dt$ qui permet de calculer $|W_1(b)|^2$, l'énergie associée à la bande LF $[\omega_1, \omega_2]$ et localisée autour de l'instant b
- $W_2(b) = \int_{\mathbb{R}} \psi_2(t - b) X(t) dt$ qui donne $|W_2(b)|^2$, l'énergie associée à la bande HF $[\omega_2, \omega_3]$ et localisée autour de l'instant b

Idéalement on aurait voulu choisir les ψ_i comme filtres à support compact et dont le support de la transformée de Fourier serait inclus dans HF et LF ... Mais c'est **Impossible**

Extraction de l'énergie HF et LF

L'idée est de chercher deux ondelettes ψ_1 et ψ_2 telle que :

- $W_1(b) = \int_{\mathbb{R}} \psi_1(t - b) X(t) dt$ qui permet de calculer $|W_1(b)|^2$, l'énergie associée à la bande LF $[\omega_1, \omega_2]$ et localisée autour de l'instant b
- $W_2(b) = \int_{\mathbb{R}} \psi_2(t - b) X(t) dt$ qui donne $|W_2(b)|^2$, l'énergie associée à la bande HF $[\omega_2, \omega_3]$ et localisée autour de l'instant b

Idéalement on aurait voulu choisir les ψ_i comme filtres à support compact et dont le support de la transformée de Fourier serait inclus dans HF et LF ... Mais c'est **Impossible**

On a donc à choisir entre la compacité du support, dans le domaine des fréquences ou bien dans le domaine temporel

Extraction de l'énergie HF et LF

L'idée est de chercher deux ondelettes ψ_1 et ψ_2 telle que :

- $W_1(b) = \int_{\mathbb{R}} \psi_1(t - b) X(t) dt$ qui permet de calculer $|W_1(b)|^2$, l'énergie associée à la bande LF $[\omega_1, \omega_2]$ et localisée autour de l'instant b
- $W_2(b) = \int_{\mathbb{R}} \psi_2(t - b) X(t) dt$ qui donne $|W_2(b)|^2$, l'énergie associée à la bande HF $[\omega_2, \omega_3]$ et localisée autour de l'instant b

Idéalement on aurait voulu choisir les ψ_i comme filtres à support compact et dont le support de la transformée de Fourier serait inclus dans HF et LF ... Mais c'est **Impossible**

On a donc à choisir entre la compacité du support, dans le domaine des fréquences ou bien dans le domaine temporel

L'autre solution consiste à utiliser les ondelettes de Gabor

Application à l'ondelette ψ de Gabor

L'ondelette ψ de Gabor est définie par:

$$\psi(t) = e^{int} g(t), \quad g(t) = \frac{1}{(\sigma^2 \pi)^{1/4}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

Application à l'ondelette ψ de Gabor

L'ondelette ψ de Gabor est définie par:

$$\psi(t) = e^{i\eta t} g(t), \quad g(t) = \frac{1}{(\sigma^2 \pi)^{1/4}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

Dans le domaine spectrale et temporel, elle a le même ρ -pseudo support $[-L, L] = [-3.5, 3.5]$ avec $\rho = 0.9995$ et on a:

Application à l'ondelette ψ de Gabor

L'ondelette ψ de Gabor est définie par:

$$\psi(t) = e^{i\eta t} g(t), \quad g(t) = \frac{1}{(\sigma^2 \pi)^{1/4}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

Dans le domaine spectrale et temporel, elle a le même ρ -pseudo support $[-L, L] = [-3.5, 3.5]$ avec $\rho = 0.9995$ et on a:

$$\hat{\psi}(t) = \hat{g}(\xi - \eta), \quad \hat{g}(\xi) = (4\pi\sigma^2)^{1/4} e^{-\frac{\sigma^2 \xi^2}{2}}$$

Application à l'ondelette ψ de Gabor

L'ondelette ψ de Gabor est définie par:

$$\psi(t) = e^{i\eta t} g(t), \quad g(t) = \frac{1}{(\sigma^2 \pi)^{1/4}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

Dans le domaine spectrale et temporel, elle a le même ρ -pseudo support $[-L, L] = [-3.5, 3.5]$ avec $\rho = 0.9995$ et on a:

$$\hat{\psi}(t) = \hat{g}(\xi - \eta), \quad \hat{g}(\xi) = (4\pi\sigma^2)^{1/4} e^{-\frac{\sigma^2 \xi^2}{2}}$$

On ajuste aux domaines de fréquence orthosympathique $[\omega_1, \omega_2] = [0.04 \text{ Hz}, 0.15 \text{ Hz}]$ et parasymphathiques $[\omega_2, \omega_3] = [0.15 \text{ Hz}, 0.5 \text{ Hz}]$.

Application à l'ondelette ψ de Gabor

L'ondelette ψ de Gabor est définie par:

$$\psi(t) = e^{int} g(t), \quad g(t) = \frac{1}{(\sigma^2 \pi)^{1/4}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

Dans le domaine spectral et temporel, elle a le même ρ -pseudo support $[-L, L] = [-3.5, 3.5]$ avec $\rho = 0.9995$ et on a:

$$\hat{\psi}(t) = \hat{g}(\xi - \eta), \quad \hat{g}(\xi) = (4\pi\sigma^2)^{1/4} e^{-\frac{\sigma^2 \xi^2}{2}}$$

On ajuste aux domaines de fréquence orthosympathique $[\omega_1, \omega_2] = [0.04 \text{ Hz}, 0.15 \text{ Hz}]$ et parasymphathiques $[\omega_2, \omega_3] = [0.15 \text{ Hz}, 0.5 \text{ Hz}]$. On obtient les deux ondelettes ψ_1 et ψ_2 en choisissant les paramètres :

$$\eta_1 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad \text{et} \quad \sigma_1 = \frac{2L}{\omega_2 - \omega_1}$$

$$\eta_2 = \frac{\omega_2 + \omega_3}{2} \quad \text{et} \quad \sigma_2 = \frac{2L}{\omega_3 - \omega_2}$$

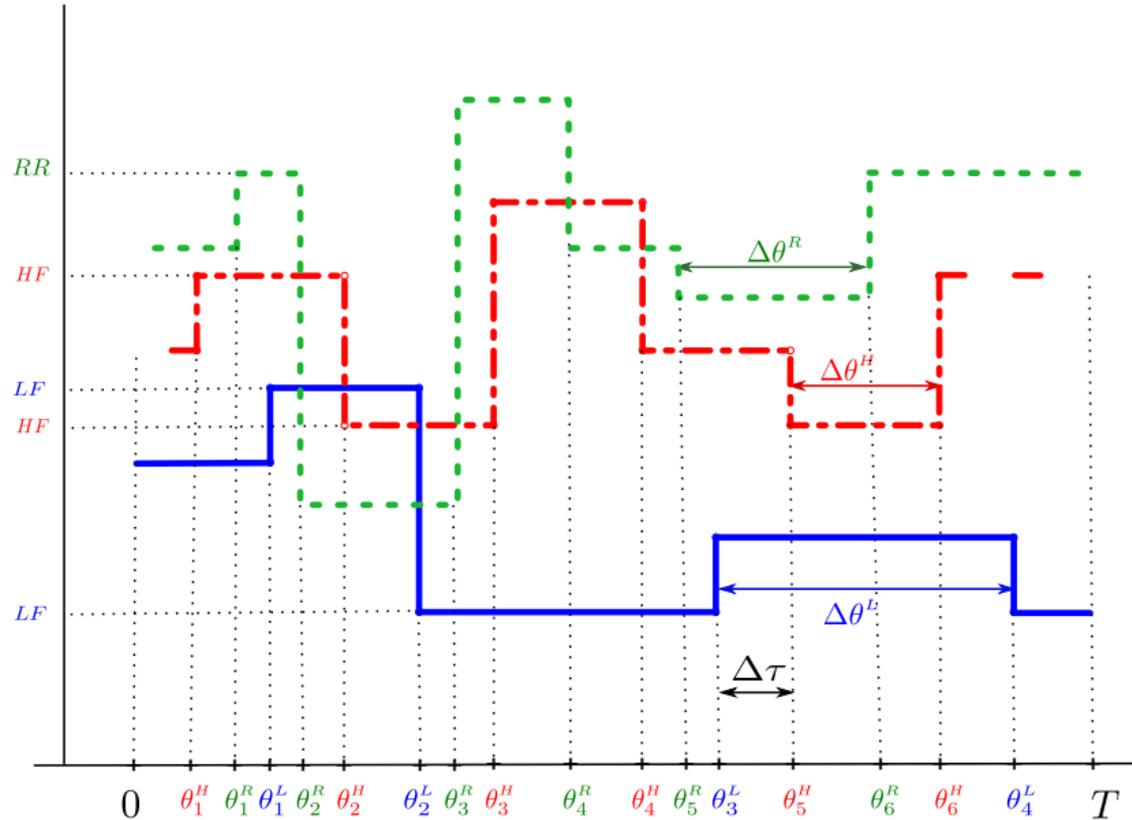
En plus $|\rho \text{ pseudo Supp } \psi_1| = \frac{4L^2}{\omega_2 - \omega_1}$ et $|\rho \text{ pseudo Supp } \psi_2| = \frac{4L^2}{\omega_3 - \omega_2}$ pour un $\rho = 0.9995$

Construction des variables discriminantes

A partir d'un signal cardiaque on détecte les rupture (Mutatis) sur la moyenne, energies (HF, LF..) et on construit des tableaux de type:

Etats	$\Delta\theta^R$	$\Delta\theta^L$	$\Delta\theta^H$	$\Delta\tau$	<i>RR</i>	<i>LF</i>	<i>HF</i>
1	$\theta_2^R - \theta_1^R$	$\theta_2^L - \theta_1^L$	$\theta_2^H - \theta_1^H$	$\tau_2 - \tau_1$	<i>RR</i> ₁	<i>LF</i> ₁	<i>HF</i> ₁
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
M-1	$\theta_M^R - \theta_{M-1}^R$	$\theta_M^L - \theta_{M-1}^L$	$\theta_M^H - \theta_{M-1}^H$	$\tau_M - \tau_{M-1}$	<i>RR</i> _{M-1}	<i>LF</i> _{M-1}	<i>HF</i> _{M-1}
M	$T - \theta_M^R$	$T - \theta_M^L$	$T - \theta_{M-1}^H$	$T - \tau_M$	<i>RR</i> _M	<i>LF</i> _M	<i>HF</i> _M

Illustration de la construction des variables discriminantes



On considère un mélange de K régression normales

$$f(y, x, \Phi) = \sum_{k=1}^K \pi_k f_k(y, x^t \beta_k, \sigma_k) \quad (1)$$

où $f_k(y, x^t \beta_k, \sigma_k)$: densité de $N(x^t \beta_k, \sigma_k^2)$.

$0 < \pi_k \leq 1$ et $\sum \pi_k = 1$;

Soit $\Phi = (\Phi_1, \dots, \Phi_K)$ le vecteur des paramètres à estimer où

$\Phi_k = (\pi_k, \beta_k, \sigma_k)$ et $\beta_k = (\beta_{k1}, \dots, \beta_{kp})$ pour $k = 1, \dots, K$.

Soit Z une matrice $n \times K$, tq $z_{ik} = 1$ si $y_i \in C_k$ et $z_{ik} = 0$ si $y_i \notin C_k$

Problème le nombre de variables explicatives est souvent élevé;
trop de paramètres par rapport au nombre d'observations.

But La sélection et l'estimation des paramètres dans un modèle de mélange.

Ce qui existe dans la littérature

- Critères de sélection de modèles tel BIC (Schwarz, 1978) , AIC (Akaike, 1973).
Inconvénients: complexité algorithmique et instabilité , lorsque le nombre de variables observées est assez grand (Brieman, 1996)
- Algorithme LASSO proposé dans le cadre de régression linéaire. (Tibshirani; 1996):

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \|Y - X\beta\|^2 + \lambda \|\beta\|_{l_1}$$

Lasso adaptative:

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \|Y - X\beta\|^2 + \lambda \|w\beta\|_{l_1}$$

- Méthode MR-Lasso, fondée sur la maximisation de la vraisemblance pénalisée: (Khalili & Chen 2007).

$$\ell_c(\Phi, Y, Z, X) - \sum_{1 \leq k \leq K} \pi_k \left\{ \sum_{1 \leq j \leq p} \text{pen}_k(\beta_{kj}) \right\}$$

Inconvénients:

- Estime et sélectionne les variables simultanément via un algorithme type EM relativement compliqué
- la pénalité utilisée rétrécit les coefficients de régression de manière individuelle pour chaque classe
- les coefficients de régression β_{kj} et $\beta_{k'j}$ associés à la même variable j doivent être traités différemment des coefficients $\beta_{kj'}$ et $\beta_{k'j'}$ associés à la variable j' .

L'estimateur de Φ sera obtenu en maximisant

$$\ell(\phi, Y, X) = \sum_{i=1}^n \log \left(\sum_{k=1}^K \pi_k f(y, x^t \beta_k, \sigma_k) \right) - \lambda \mathbf{Pe}(\beta_k); \quad (2)$$

Le terme de pénalisation $\mathbf{Pe}(\cdot)$ est donné par:

$$\mathbf{Pe}(\beta_k) = \alpha \sum_{j=1}^p |\beta_{kj}| + (1 - \alpha) \sum_{j=2}^p \sum_{l=1}^{j-1} |\beta_{kj} - \beta_{kl}|.$$

Intérêt des deux termes de pénalités

- La 2ème pénalité est la pénalité fusion:
Elle permet de déterminer l'importance de chaque variable au sein de chaque classe.
Si $\beta_{kj} = \beta_{k'j}$ alors le jème variable est considéré **non informative** pour séparer les deux classes.
- La première rétrécit les coefficients de régression de manière individuelle pour chaque classe.

Pour maximiser notre fonction, on propose de maximiser

$$Q_p(\Phi, \Phi^{(m)}) = \mathbb{E}(\ell_c(\Phi, Y, Z, X) | Y, \Phi^{(m)}) - \lambda \sum_{k=1}^K Pe(\beta_k)$$

L'étape E: on calcule la fonction Q_p en remplaçant z_{ik} par

$\tau_{ik} = \mathbb{E}(z_{ik} | y_i)$, avec

$$\tau_{ik}^{(m+1)} = \frac{\pi_k^{(m)} f_k(y_i, x_i, \beta_k^{(m)}, \sigma_k^{(m)})}{\sum_{k=1}^K \pi_k^{(m)} f_k(y_i, x_i, \beta_k^{(m)}, \sigma_k^{(m)})}$$

$$Q_p(\Phi, \Phi^{(m)}) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n \tau_{ik}^{(m+1)} \{ \log \pi_k + \log [f_k(y_i, x_i^t, \beta_k, \sigma_k)] \} - \lambda \sum_{1 \leq k \leq K} Pe(\beta_k)$$

avec

$$Pe(\beta_k) = \alpha \sum_{1 \leq j \leq p} |\beta_{kj}| + (1 - \alpha) \sum_{j=2}^p \sum_{l=1}^{j-1} |\beta_{kj} - \beta_{kl}|$$

Etape M: On maximise $Q_p(\Phi, \Phi^{(m)})$ par rapport $(\pi_k, \beta_k, \sigma_k)$, ce qui donne

$$\pi_k^{(m+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_{ik}^{(m+1)}}{n}$$

et

$$\sigma_k^{(m+1)} = (\tilde{Y}_k^{(m)} - \tilde{X}_k^{(m)} \beta_k^{(m)})' (\tilde{Y}_k^{(m)} - \tilde{X}_k^{(m)} \beta_k^{(m)}) / \text{tr}(W_k^{(m)}),$$

pour $k = 1, \dots, K$, où $W_k^{(m)} = \text{diag}(\boldsymbol{\tau}_k^{(m)})$, $\boldsymbol{\tau}_k^{(m)} = (\tau_{1k}^{(m)}, \dots, \tau_{nk}^{(m)})'$, $\tilde{X}_k^{(m)} = \tilde{W}^{(m)1/2} X$ et $\tilde{Y}_k^{(m)} = \tilde{W}^{(m)1/2} Y$

Après, on estime β ,

$$\hat{\beta}^{(m+1)} = \arg \min_{\beta} \sum_{k=1}^K n_k \log(\sigma_k^{(m+1)}) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n \tau_{ik}^{(m+1)} \frac{(y_i - \sum_{l=1}^p x_{il} \beta_{kl})^2}{\sigma_k^{2(m)}}$$

$$+ \lambda \sum_{1 \leq k \leq K} \left\{ \alpha \sum_{1 \leq j \leq p} |\beta_{kj}| + (1 - \alpha) \sum_{j=2}^p \sum_{l=1}^{j-1} |\beta_{kj} - \beta_{kl}| \right\}$$

avec $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_K)$ et $\beta_k = (\beta_{k1}, \dots, \beta_{kp})'$

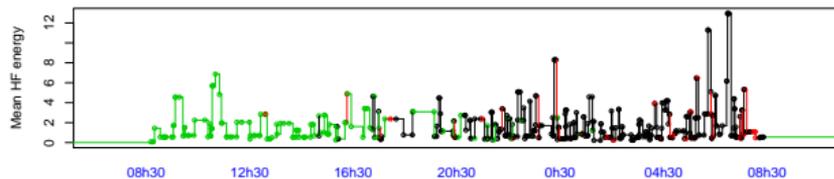
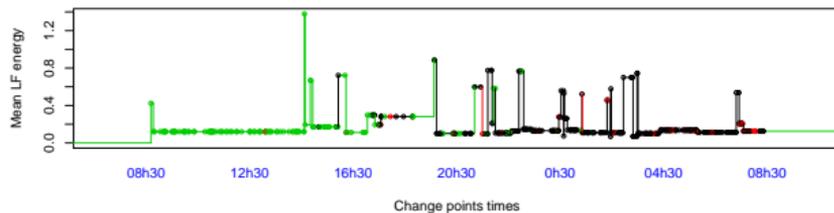
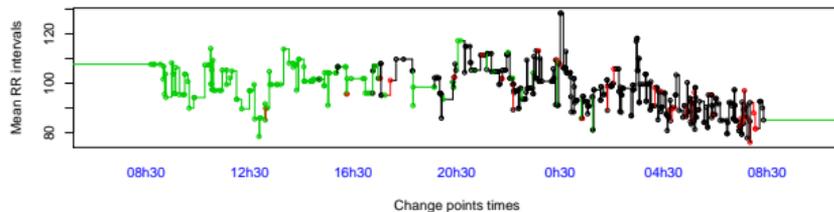
Ceci est équivalent à minimiser

$$\hat{\beta}_k^{(m+1)} = \arg \min_{\beta_k} \|\tilde{Y}_k^{(m)} - \tilde{X}_k^{(m)} \beta_k\|^2 + \lambda_1 \left\{ \alpha \sum_{1 \leq j \leq p} |\beta_{kj}| + (1 - \alpha) \sum_{j=2}^p \sum_{l=1}^{j-1} |\beta_{kj} - \beta_{kl}| \right\}$$

Ce dernier problème peut être transformé en un problème de Lasso (voir Petry et al 2009), sous cette forme

$$\hat{\tilde{\theta}}^{(k)(m+1)} = \arg \min_{\tilde{\theta}^{(k)}} \|\tilde{Z}_k^{(m)} - \bar{D}_k^{(m)} \tilde{\theta}^{(k)}\|^2 + \lambda_1 \sum_{t \in \Theta} |\tilde{\theta}_t^{(k)}| \quad (3)$$

Exemple sur un médecin urgentiste



Exemple sur des brebis

